SUCESSÕES – PROGRESSÃO ARITMÉTICA E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

1. Determina o termo geral de cada uma das seguintes progressões aritméticas:

1.1 5 , 10 , 15 , 20 , 25 , 30 , …

1.2 $-4 , -7 , -10 , -13 , -16$, …

1.3 $\frac{1}{3} , \frac{4}{3} , \frac{7}{3} , \frac{10}{3} , \frac{13}{3}$, …

2. De uma progressão aritmética a_n , sabe-se $a_1 = 5$ e que $r = 2$.

2.1 Calcula a_{10} e a_{29}

2.2 Escreve o termo geral da sucessão

2.3 Calcula a soma dos termos compreendidos entre a_{10} e a_{29} (inclusive).

3. A sucessão a_n é uma progressão aritmética da qual se conhece os o primeiro termo e a razão:

$$a_1 = \frac{3}{2} \; ; r = -\frac{1}{2}$$

Calcula a_7 , a_{20} e a_{50} .

4. Considera as sucessões a_n e b_n definidas como se segue:

$$a_n = \frac{2-4n}{3} \quad \text{e} \quad \begin{cases} b_1 = 2 \\ b_{n+1} = b_n - \frac{3}{2} \end{cases} , \forall n \in IN$$

4.1 Mostra que as sucessões a_n e b_n são progressões aritméticas.

4.2 Determina o primeiro termo e a razão das progressões aritméticas a_n e b_n .

4.3 Estuda a monotonia das progressões.

5. Determina a razão e o termo geral de uma progressão aritmética u_n , sabendo que:

5.1 $u_1 = 15$ e $u_{12} = 169$

5.2 $u_1 = 5$ e $u_{10} + u_{15} = 102$

5.3 $u_1 + u_2 + \ldots + u_{20} = 420$ e $u_{10} - u_{11} = -2$

6. Calcula o valor de S, sendo:

6.1 $S = 2 + 4 + 6 + \ldots + 100$

6.2 $S = 100 + 101 + 102 + \ldots + 109$

7. Numa progressão aritmética u_n, $u_5 = 2$ e $u_{10} = 26$.

Determina a soma dos dezoitos primeiros termos da progressão.

8. A soma dos 60 primeiros termos consecutivos de uma progressão arimética é 240 e a razão é 4 .

8.1 Calcula o primeiro termo.

8.2 Escreve a expressão do termo de ordem n .

9. De uma progressão aritmética u_n sabe-se que $u_5 + u_9 = 32$ e que $u_{17} - u_{13} = 12$.

9.1 Determina o primeiro termo e a razão da progressão.

9.2 Indica a expressão do termo geral.

9.3 A soma dos n primeiros termos consecutivos da progressão aritmética é 174.

Determina o valor de n.

10. Numa determinada região atingida por fogos florestais, as entidades ambientais projetam um repovoamento com 10 080 árvores de forma progressiva, isto é, no primeiro ano pretende-se plantar 80 árvores e, nos anos seguintes, plantar-se-á mais 40 árvores do que no ano anterior.

Quantos anos serão necessários para implementar completamente o projeto? Justifica a tua resposta.

11. De entre as seguintes sucessões, definidas pelos seus termos gerais, indica as que são progressões aritméticas, progressões geométricas e as que não são progressões.

11.1 $a_n = \frac{3}{n}$

11.2 $b_n = 2^n \times 5^n$

11.3 $c_n = 3n - 7$

11.4 $d_n = 2 \times \frac{(-1)^n}{3^n}$

12. Determina os valores reais de m para os quais os números $m - 6$, $12 - m$ e $4m - 3$ são termos consecutivos de uma progressão geométrica.

13. Considera a sucessão definida por $u_n = 3 + \frac{3}{n+2}$

13.1 Averigua se a progressão é aritmética ou geométrica.

13.2 Determina u_1 , u_{10} **e** u_{98} termos da sucessão.

13.3 Averigua se $\frac{11}{10}$ é termo da sucessão.

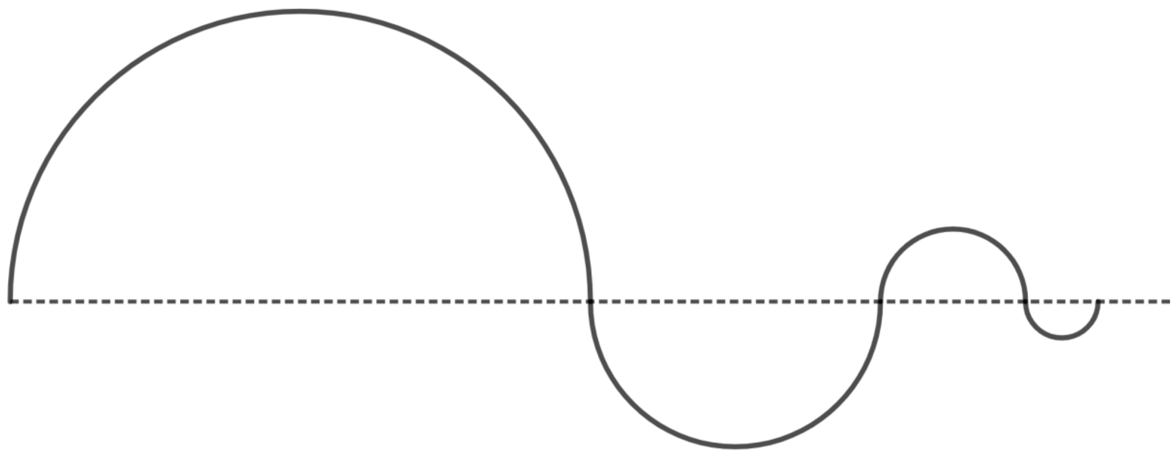
13.4 Mostra que $\frac{16}{5}$ é termo da sucessão.

13.5 Mostra que a sucessão é monótona decrescente.

13.6 Determina a ordem $p \in IN$ a partir da qual se tem $3 - 0,01 \leq u_n \leq 3 + 0,01$

14. Na figura está representada uma linha que é formada por semicircunferências.

Para a sua construção, parte-se de uma semicircunferência de raio 4 e as que se seguem têm raio igual a metade do raio anterior. Admite que a construção continua indefinidamente.



Considera a sucessão, P_n, dos perímetros das circunferências desenhadas.

14.1 Determina os quatro primeiros termos desta sucessão.

14.2 Mostra que o termo geral da sucessão, P_n , é $P_n = 2^{3-n} \times \pi$.

14.3 Calcula o comprimento da linha desenhada acima (considerando que a construção continua indefinidamente).

15. De uma progressão geométrica monótona, sabe-se que $u_5 = 125$ **e** $u_{11} = \frac{1}{125}$

15.1 Escreve uma expressão para o termo geral da progressão.

15.2 Calcula a soma dos doze primeiros termos.

16. Seja, v_n , uma progressão geométrica não monótona em que $v_3 = 4v_1$ e $v_5 = 48$.

16.1 Determina a razão da progressão.

16.2 Determina o termo geral da progressão.

16.3 Determina $n \in IN$ tal que $1 - (v_1 + v_2 + \ldots + v_n) = -2048$.

17. Seja, x_n , uma progressão geométrica em que o primeiro termo e a razão são iguais a $\sqrt{5}$.

17.1 Determina o termo geral da progressão.

17.2 Seja $x_p = 625$. Determina o valor de $x_1 + x_2 + \ldots + x_p$.

Apresenta a tua resposta na forma $a + b\sqrt{5}$, com a e b naturais.

18. Seja a_n, uma progressão aritmética de razão $\frac{1}{2}$ e seja b_n a sucessão tal que $\forall n \in IN$, $b_n = 4^{a_n}$

18.1 Justifica que b_n é uma progressão geométrica.

18.2 Determina o valor de a_1 , sabendo que $b_1 + b_2 + \ldots + b_{10} = 16\,368$.

19. Seja u_n , uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{3}$.

Sejam p e q números naturais, com $p < q$.

Sabe-se que $\frac{u_p}{u_q} = 243$ e que $u_p + u_{p+1} + \ldots + u_q = 91$

Determina o valor de u_p .

20. Pela manhã, numa escola com 4095 alunos, um dos alunos diz a outro que a escola irá encerrar no período da tarde. Este último transmite, dez minutos depois, a notícia a outros dois alunos, e dez minutos depois, cada aluno tinha contado a outros dois.

Admitindo ser possível que isto se repita sucessivamente no mesmo espaço de tempo, e que os alunos tenham acesso a esta informação uma única vez, ao fim de 2 horas quantos alunos têm conhecimento de que a escola ira encerrar no período da tarde? Justifica a tua resposta.