1. O Bernardo investiu um capital inicial de 35 000 € numa aplicação que lhe garante uma taxa de juro simples anual de 2,8%.

1.1. Qual é o juro adquirido ao fim de um ano?

(A) 980 € (B) 35 980 € (C) 350 € (D) 9 800 €

$35000 \times 0{,}028 = 980$

OPÇÃO: A

1.2. Qual será o capital acumulado ao fim de quatro anos?

(A) 3 920 € (B) 74 200 € (C) 38 920 € (D) 36 960 €

$C_T = 35000(1 + 0{,}028 \times 4) = 38920$

OPÇÃO: C

1.3. Com esta aplicação, quantos anos são necessários para que o Bernardo consiga obter um montante superior a 46 000 € ?

(A) 10 anos (B) 11 anos (C) 12 anos (D) 13 anos

$$35000(1 + 0{,}028n) = 46000 \Leftrightarrow 35000 + 980n = 46000 \Leftrightarrow 980n = 11000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{11000}{980} \Leftrightarrow n \approx 11{,}22 < 12 \text{ anos}$$

OPÇÃO: C

2. Há dois anos, o Sr. António investiu um determinado montante, em euros, numa aplicação financeira, com um juro simples anual de 2,35%. Neste momento, o montante acumulado é de 13 087,5 €.

2.1. Qual foi o montante inicial investido pelo Sr. António?

$$C_i(1 + 0{,}0235 \times 2) = 13087{,}5 \Leftrightarrow C_i = \frac{13087{,}5}{1{,}047} \Leftrightarrow C_i = 12500€$$

O montante investido foi de 12 500 €

2.2. Qual será o montante acumulado daqui a três anos?

São 5 anos (2 anos que passaram mais 3 que vão passar)

$C_t = 12500(1 + 0{,}0235 \times 5) = 13968{,}75€$

3. A Margarida está no 10.º ano e os seus avós já estão a perspetivar a sua entrada no Ensino Superior. Assim, decidiram depositar 4000 € numa aplicação a prazo com taxa de juro simples anual de 2,7%, para ajudar nos futuros gastos académicos da Margarida.

Preencha a tabela, indicando o valor lógico das seguintes afirmações.

	V	F
a) Ao fim de um ano, a aplicação rende um juro de 108 € .		
b) Daqui a três anos, se a Margarida entrar na faculdade, terá um capital acumulado de 4324 € na conta.		
c) São necessários exatamente seis anos para que a Margarida tenha mais de 5000 € na sua aplicação.		
d) Com esta aplicação, supondo que a taxa de juro se mantém, o capital inicial atingiria o dobro do capital inicial ao fim de 36 anos.		
e) Se o juro desta aplicação fosse composto, a Margarida obteria um montante acumulado superior a 5000 € ao fim de 9 anos		
f) Se o juro desta aplicação fosse composto, ao fim de três anos a Margarida teria mais de 4 320 € .		

a) $4000 \times 0{,}027 = 108$ V

b) $4000(1+0{,}027\times 3) = 4324$ V

c) $4000(1+0{,}027\times 6) = 4648$ F

d) $4000(1+0{,}027n) = 8000 \Leftrightarrow 4000+108n = 8000 \Leftrightarrow n = \dfrac{4000}{108} \Leftrightarrow n \approx 37{,}04$, logo são necessários 38 anos. F

e) $C_f = 4000(1+0{,}027)^9 \approx 5083{,}86$ V

f) $C_f = 4000(1+0{,}027)^3 \approx 4332{,}83$ V

4. Um juro é capitalizado mensalmente quando se divide um ano em 12 períodos iguais e se acumula ao capital inicial o juro a uma taxa de $\frac{r}{12}$, no final de cada um desses períodos. A fórmula que permite calcular o capital acumulado ao fim de n meses é dada por $C_f = C_i\left(1+\frac{r}{12}\right)^n$.

Considere que foi realizado um depósito bancário de 2700 € , ao qual será aplicada uma taxa de juro composto anual de 2,5% . Sabendo que o juro irá ser capitalizado mensalmente, determine o capital acumulado ao fim de:

4.1. 6 meses

$$C_f = 2700\left(1+\frac{0{,}025}{12}\right)^6 = 2733{,}93€$$

4.2. 4 meses

$$C_f = 2700\left(1+\frac{0{,}025}{12}\right)^4 = 2722{,}57€$$

4.3. 15 meses

$$C_f = 2700\left(1+\frac{0{,}025}{12}\right)^{15} = 2785{,}62€$$

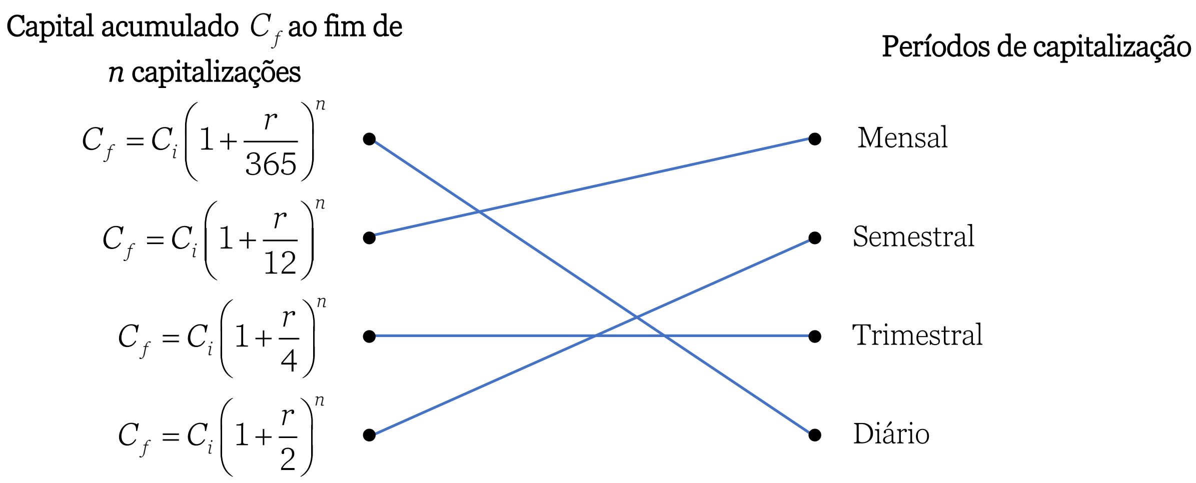
4.4. 2 anos

$$C_f = 2700\left(1+\frac{0{,}025}{12}\right)^{24} = 2838{,}28€$$

5. No esquema abaixo encontram-se fórmulas que permitem calcular o capital acumulado em diferentes períodos de capitalização.

Seja C_i o capital inicial, n o número de capitalizações e r a taxa de juro composto anual aplicada.

5.1. Estabeleça as devidas correspondências entre as colunas do esquema.



5.2. A Márcia depositou uma certa quantia numa conta a prazo, que renderá uma taxa de juro composto anual de 3%. Ao fim de seis anos o capital acumulado foi de 18 752 € .

Determine o capital inicial depositado pela Márcia, com arredondamento às unidades, supondo que os períodos de capitalização foram:

a) anuais;

$$18752 = C_i\left(1+0{,}03\right)^6 \Leftrightarrow C_i = \frac{18752}{1{,}03^6} \Leftrightarrow C_i \approx 15704{,}50€$$

b) semestrais;

$$18752 = C_i\left(1+\frac{0{,}03}{2}\right)^{6\times 2} \Leftrightarrow 18752 = C_i \times 1{,}015^{12} \Leftrightarrow C_i = \frac{18752}{1{,}015^{12}} \Leftrightarrow C_i \approx 15683{,}94€$$

c) trimestrais;

$$18752 = C_i\left(1+\frac{0{,}03}{4}\right)^{6\times 4} \Leftrightarrow 18752 = C_i \times 1{,}0075^{24} \Leftrightarrow C_i = \frac{18752}{1{,}0075^{24}} \Leftrightarrow C_i \approx 15673{,}51€$$

d) mensais.

$$18752 = C_i\left(1+\frac{0{,}03}{12}\right)^{6\times 12} \Leftrightarrow 18752 = C_i \times 1{,}0025^{72} \Leftrightarrow C_i = \frac{18752}{1{,}0025^{72}} \Leftrightarrow C_i \approx 15666{,}51€$$

6. A Tamara depositou uma quantia de 5 200 € numa aplicação financeira com um juro composto anual. A taxa de juro contratada foi de 3,5%. Ao fim de quanto tempo é que o juro composto foi superior a 1 350 € ?

$C_i = 5200€$

$r = 0{,}035$

$J = 1350€$

$$5200(1+0{,}035)^n - 5200 > 1350 \Leftrightarrow 5200\times 1{,}035^n > 11350 + 5200 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1{,}035^n > \frac{6550}{5200} \Leftrightarrow 1{,}035^n > 1{,}2596$$

$n = 3 \rightarrow 1{,}035^3 \approx 1{,}1087 < 1{,}2596$

$n = 4 \rightarrow 1{,}035^4 \approx 1{,}1475 < 1{,}2596$

$n = 5 \rightarrow 1{,}035^5 \approx 1{,}1877 < 1{,}2596$

$n = 6 \rightarrow 1{,}035^6 \approx 1{,}2293 < 1{,}2596$

$n = 7 \rightarrow 1{,}035^7 \approx 1{,}2723 > 1{,}2596$

O juro composto foi superior a 1350 € ao fim de 7 anos

7. Há cinco anos, a Luísa fez um depósito a prazo numa instituição bancária a uma taxa de juro composto anual de 2,4%. Ao fim desse tempo, o capital acumulado foi de 21 375 € .

7.1. Determine a quantia que a Luísa depositou há cinco anos.

$$21375 = C_i(1+0{,}024)^5 \Leftrightarrow 21375 = C_i \times 1{,}024^5 \Leftrightarrow C_i = \frac{21375}{1{,}024^5} \Leftrightarrow C_i \approx 18985€$$

7.2. A Luísa renovou o contrato com o banco e aplicou $\frac{4}{5}$ do capital que acumulou numa nova aplicação com a taxa de juro igual à anteriormente referida.
Quantos anos serão necessários para passar a ter, no mínimo, mais 20% do capital que agora investiu?

$C_i = \frac{4}{5}\times 21375 = 17100€$

Capital acumulado, mais 20 % do capital inicial: $C_f = 1{,}2\times 17100 = 20520€$

$$17100(1+0{,}024)^n > 20520 \Leftrightarrow 17100\times 1{,}024^n > 20520$$

Por tentativa:

$n=5 \rightarrow 17100\times 1{,}024^5 \approx 19252{,}88 < 20520$

$n=6 \rightarrow 17100\times 1{,}024^6 \approx 19714{,}96 < 20520$

$n=7 \rightarrow 17100\times 1{,}024^7 \approx 20188{,}12 < 20520$

$n=8 \rightarrow 17100\times 1{,}024^8 \approx 20672{,}63 > 20520$

São necessários 8 anos, no mínimo

8. A Lara vai abrir uma conta bancária com 1750€. A conta tem uma duração mínima de dois anos, com vencimento anual dos juros, e estipula uma taxa de juro anual de 1,2%, nos dois anos iniciais.

8.1. Determine o valor que a Lara irá receber no final dos dois anos, na modalidade de:

a) juro simples;

$$C_T = 1750(1+0{,}012\times 2) = 1792\text{€}$$

b) juro composto.

$$C_T = 1750(1+0{,}012)^2 = 1792{,}25\text{ €}$$

8.2. Determine o valor em juros que a Lara irá receber no final dos dois anos, se os juros forem contabilizados na:

a) modalidade de juro simples;

$$J = 1750\times 0{,}012\times 2 = 42$$

b) modalidade de juro composto.

$$C_T = 1750(1+0{,}012)^2 - 1750 = 42{,}25\text{ €}$$

8.3. Suponha que se mantêm as condições, após os dois anos iniciais.
Qual é o número mínimo de anos que a Lara terá de manter a conta para que obtenha, pelo menos, 3000 €, se os juros forem contabilizados na:

a) modalidade de juros simples;

$$1750(1+0{,}012n) = 3000 \Leftrightarrow 1750+21n = 3000 \Leftrightarrow 21n = 3000-1750 \Leftrightarrow 21n = 1250 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow n = \frac{1250}{21} \Leftrightarrow n \approx 59{,}52 < 60$$

São necessários 60 anos

b) modalidade de juro composto.

Ano	Capital final
20	$1750(1+0{,}012)^{20} = 2221{,}51$
$\vdots$	$\vdots$
40	$1750(1+0{,}012)^{40} = 2820{,}06$
$\vdots$	$\vdots$
45	$1750(1+0{,}012)^{45} = 2993{,}37$
46	$1750(1+0{,}012)^{46} = 3029{,}30$

São necessários 46 anos

9. O Pedro em part-time numa loja de desporto e recebeu o seu primeiro ordenado, no mês de novembro, no valor de 550 €.

Decidiu abrir uma conta poupança , cujos juros são aplicados, a cada três meses, a uma taxa 2,5% na modalidade de juro composto.

9.1. Determine o valor dos juros que o Pedro obterá no final do 1.º trimestre.

Como a taxa de juro é trimestral e a aplicação é para o 1.º trimestre o cálculo é feito diretamente sobre o capital inicial

$$J = 550\left(1+\frac{0{,}025}{4}\right)^{1} - 550 = 553{,}4375 - 550 \approx 3{,}44$$

9.2. Determine o valor acumulado na conta do Pedro, em novembro do ano seguinte.

$$C_f = 550\left(1+\frac{0{,}0025}{4}\right)^{4} \approx 563{,}88$$

10. No dia 2 de janeiro de 2024, o Alexandre foi ao Banco para investir 15 000 € em aplicações financeiras. Foram-lhe apresentadas as propostas **A** e **B**.

Proposta A

Taxa de juro simples anual

De 2,7%

Proposta B

Taxa de juro composto anual

De 2,4%

Foi aconselhada a investir o seu dinheiro em ambas as aplicações, cujas condições têm vigência de oito anos. Assim, decidiu depositar 7 500 € em cada uma. O Alexandre não pretende realizar qualquer depósito extra nestas aplicações durante os oito anos.

10.1. No dia 2 de janeiro de 2027, qual será o juro total obtido?

Proposta A

$$J = C_i \times r \times n = 7500 \times 0{,}027 \times 3 = 607{,}50\,€$$

Proposta B

$$C_i(1+r)^n - C_i = 7500(1+0{,}024)^3 - 7500 = 7500 \times 1{,}024^3 - 7500 \approx 553{,}06\,€$$

Juro Total $= 607{,}50 + 553{,}06 = 1160{,}56\,€$

10.2. Quantos anos serão necessários para o Alexandre ter, no mínimo, um valor acumulado de 17 000 € ?

$$\underbrace{7500(1+0{,}027\times n)}_{\text{Proposta A}}+\underbrace{7500\times(1+0{,}024)^n}_{\text{Proposta B}}>17000\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\underbrace{7500(1+0{,}027\times n)}_{\text{Proposta A}}+\underbrace{7500\times(1{,}024)^n}_{\text{Proposta B}}>17000$$

Por tentativa:

$$n=4\ \rightarrow\underbrace{7500(1+0{,}027\times 4)}_{\text{Proposta A}}+\underbrace{7500\times(1{,}024)^4}_{\text{Proposta B}}\approx 16556{,}34<17000$$

$$n=5\ \rightarrow\underbrace{7500(1+0{,}027\times 5)}_{\text{Proposta A}}+\underbrace{7500\times(1{,}024)^5}_{\text{Proposta B}}\approx 16956{,}75<17000$$

$$n=6\ \rightarrow\underbrace{7500(1+0{,}027\times 6)}_{\text{Proposta A}}+\underbrace{7500\times(1{,}024)^6}_{\text{Proposta B}}\approx 17361{,}91>17000$$

São necessários 6 anos

10.3. Qual lhe parece se a aplicação mais vantajosa? Justifique.

Proposta A

$$C_f=7500(1+0{,}027\times 8)=9120€$$

Proposta B

$$7500(1+0{,}024)^8\approx 9066{,}94€$$

Logo a proposta mais vantajosa é a **A**

11. A **taxa de esforço** é uma percentagem que mede o peso dos encargos financeiros mensais com o rendimento do agregado familiar. É um critério utilizado pelos bancos para decidir se concedem um crédito e, normalmente, a taxa de esforço não deve ultrapassar os 30%.

$$\text{Taxa de esforço}=\frac{\text{Encargos finceiros mensais}}{\text{Rendimentos líquidos mensais do agregado}}$$

A Mafalda vive sozinha, tem um rendimento líquido mensal de 1 400 € e pretende contrair um crédito para adquirir um automóvel.

11.1. Ela já tem uma prestação de 125 € associada a um crédito pessoal. Qual é a sua taxa de esforço neste momento? Apresente o resultado arredondado às unidades.

$$\text{Taxa de esforço}=\frac{125}{1400}\times 100\approx 9\%$$

11.2. Qual é o valor máximo de encargos financeiros mensais que a Mafalda pode ter?

Taxa de esforço $\leq$ 30%

$$\frac{x}{1400}\leq 0{,}3\Leftrightarrow x\leq 0{,}3\times 1400\Leftrightarrow x\leq 420$$

11.3. A Mafalda conseguiu que o banco lhe emprestasse 11 000 € a uma taxa de juro anual fixa de 7.8%, durante seis anos, com comissões e encargos no total de 1 250 €.

Nestas circunstâncias calcule:

a) a mensalidade do empréstimo, sabendo que é fixa;

Capital total do crédito com encargos:

$1250+11000(1+0{,}078\times 6)=17398\,€$

Prestação mensal $=\dfrac{17398}{6\times 12}\approx 241{,}64\,€$

b) a taxa de esforço da Mafalda arredondada às unidades.

Taxa de esforço $=\dfrac{125+241{,}64}{1400}=\dfrac{366{,}64}{1400}\approx 26\%$

12. Há 3 anos, o Duarte fez um depósito a prazo de 11 200 € num banco e, neste momento, já tem um total acumulado de 12 036 € . O contrato ainda tem mais dois anos de vigência e, até lá, o Duarte não pretende depositar nem levantar qualquer quantia dessa aplicação.

12.1. Determine, com arredondamento às centésimas, a taxa de juro associada à aplicação do Duarte e o montante que ele terá no final do contrato, supondo que:

a) o juro é simples;

$C_i=11200\,€$

Juros durante os 3 anos $=12036-11200=836\,€$

$J=C_i\times r\times n \Leftrightarrow 836=11200\times r\times 3 \Leftrightarrow 836=33600\times r \Leftrightarrow r=\dfrac{836}{33600}\Leftrightarrow r\approx 0{,}0249$

Taxa de juro = 2,49%

$C_f=11200(1+0{,}0249\times 5)\approx 12594{,}40\,€$

b) o juro é composto com capitalizações anuais.

$C_f=C_i(1+r)^n \Leftrightarrow 12036=11200(1+r)^3 \Leftrightarrow (1+r)^3=\dfrac{12036}{11200}\Leftrightarrow 1+r=\sqrt[3]{\dfrac{12036}{11200}}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1+r\approx 1{,}0243 \Leftrightarrow r=0{,}0243$

Taxa de juro = 2,43%

$C_f=11200(1+0{,}0243)^5\approx 12628{,}58\,€$

12.2. Com as suas poupanças, este mês o Duarte dirigiu-se ao banco para fazer uma nova aplicação, por três anos. Qual deverá ser a taxa de juro composto anual para que no final desse tempo o seu montante tenha rendido 30% face ao valor que depositou?

Apresente o resultado arredondado às unidades.

Para que o montante tenha rendido 30% face ao valor que depositou, temos que $C_f = C_i + 0{,}3 \times C_i \Leftrightarrow C_f = 1{,}3 \times C_i$

Como o juro é composto e a aplicação tem a duração de 3 anos, então:

$$C_f = C_i\left(1+r\right)^n \Leftrightarrow 1{,}3 \times C_i = C_i\left(1+r\right)^3 \Leftrightarrow \frac{1{,}3 \times \cancel{C_i}}{\cancel{C_i}} = \left(1+r\right)^3 \Leftrightarrow \left(1+r\right)^3 = 1{,}3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[3]{1{,}3} \Leftrightarrow 1+r \approx 1{,}091 \Leftrightarrow r = 0{,}091$$

Taxa de juro composto = 9,1%