

1. Na figura seguinte, encontra-se um recibo de vencimento de um trabalhador dependente, casado, com dois titulares e quatro dependentes.

Denominação	Período	Abonos	Descontos
Remuneração base	Fevereiro/2024	1752,34 €	
Subsídio alimentação	Fevereiro/2024	159,50 €	
Seg. Social (11%)			<i>a</i>
Retenção na fonte			<i>b</i>
Total abonos	Total descontos	Total líquido	Taxa IRS
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>

Determine os valores de *a*, *b*, *c*, *d*, *e* e *f*, assinalados nas células deste recibo. Na resolução, recorra à tabela seguinte e utilize a fórmula e o procedimento apresentados na caixa da fórmula.

Não casado sem dependentes ou casado dois titulares

Remuneração mensal (€)	Taxa marginal máxima	Parcela a abater (€)	Parcela adicional a abater por dependente (€)
Até 820,00	0,00%	0,00	0,00
Até 935,00	13,25%	$13,3 \% \times 2,6 \times (1135,39 - R)$	21,43
Até 1001,00	18,00%	$18,0 \% \times 1,4 \times (1385,20 - R)$	21,43
Até 1123,00	18,00%	96,82	21,43
Até 1765,00	26,00%	186,66	21,43
Até 2057,00	32,75%	305,80	21,43
Até 2664,00	37,00%	393,23	21,43
Até 3193,00	38,72%	439,05	21,43
Até 4173,00	40,05%	481,52	21,43
Até 5470,00	41,00%	521,17	21,43
Até 6540,00	42,70%	614,16	21,43
Até 20 067,00	44,95%	761,31	21,43
Superior a 20 067,00	47,17%	1206,80	21,43

Fonte: Diário da República de 29 de dezembro de 2023.

Fórmula para o cálculo da retenção na fonte:

$$\left(\begin{array}{l} \text{(remuneração mensal} \\ \times \\ \text{taxa)} \end{array} - \begin{array}{l} \text{parcela a abater} - \\ \text{(parcela adicional a abater} \\ \times \\ \text{n.º de dependentes)} \end{array} \right)$$

- Considera-se apenas a parte inteira do valor obtido.
- Se o valor for negativo, o valor da retenção é 0€.
- *R* corresponde à remuneração mensal apresentada na tabela.

a:

$$1752,34 \times 0,11 \approx 192,76 \text{ €}$$

b:

$$1752,34 \times 0,26 - 186,66 - 21,43 \times 4 = 183 \text{ €}$$

c:

$$1752,34 + 159,5 = 1911,84 \text{ €}$$

d:

$$192,76 + 183 = 376,76$$

e:

$$1911,84 - 375,76 = 1536,08 \text{ €}$$

f:

$$1752,34 \longrightarrow 100$$

$$183 \longrightarrow x$$

$$x = \frac{18300}{1752,34} \Leftrightarrow x \approx 10,44\%$$

2. Considere a tabela do item anterior.

2.1. Um trabalhador, não casado e sem dependentes, tem uma remuneração mensal de 950€.

Qual é o valor da retenção na fonte correspondente?

$$950 \times 0,18 - 0,18 \times 1,4 \times (1385,2 - 950) \approx 61 \text{ €}$$

2.2. O valor da retenção na fonte de um trabalhador casado, dois titulares e um dependente, é de 165€.

Qual é o valor da sua remuneração mensal?

$$R \times 0,18 - 96,82 - 21,43 = 165 \Leftrightarrow R = \frac{283,25}{0,18} \Leftrightarrow R = 1573,61,96$$

Não pode ser esta remuneração mensal, não pertence ao escalão escolhido.

$$R \times 0,26 - 186,66 - 21,43 = 165 \Leftrightarrow R = \frac{373,09}{0,26} \Leftrightarrow R = 1434,96 \text{ €}$$

3. A Fátima vai depositar 18 500 € no seu banco. O banco oferece uma TANB de 2,85%.

3.1. Mostre que a TANL é 2,052% e determine o capital final que a Fátima receberá ao fim de dois anos, se a modalidade for a de juro simples.

$$\text{TANL} = \text{TANB} - 0,28 \times \text{TANB}$$

$$\text{TANL} = 2,85 - 0,28 \times 2,85 = 2,052\%$$

$$C_f = C_i (1 + r \times n) \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{2,052}{100} \times 2 \right) \Leftrightarrow C_f = 19259,24 \text{ €}$$

3.2. Na modalidade de juro composto, qual é o capital líquido que a Fátima receberá ao fim de um ano com:

3.2.1. uma capitalização anual?

$$C_f = C_i (1+r)^n \Leftrightarrow C_f = 18500(1+0,02052)^1 \Leftrightarrow C_f = 18879,62 \text{ €}$$

3.2.2. capitalizações mensais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{0,02052}{12}\right)^{12} \Leftrightarrow C_f = 18883,21 \text{ €}$$

3.2.3. capitalizações semestrais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{0,02052}{2}\right)^2 \Leftrightarrow C_f = 18881,57 \text{ €}$$

3.2.4. capitalizações trimestrais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{0,02052}{4}\right)^4 \Leftrightarrow C_f = 18882,55 \text{ €}$$

3.3. Na modalidade de juro composto, qual é o capital líquido que a Fátima receberá ao fim de três anos com:

3.3.1. uma capitalização anual?

$$C_f = C_i (1+r)^n \Leftrightarrow C_f = 18500(1+0,02052)^3 \Leftrightarrow C_f = 19662,39 \text{ €}$$

3.3.2. capitalizações mensais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{0,02052}{12}\right)^{12 \times 3} \Leftrightarrow C_f = 19673,61 \text{ €}$$

3.3.3. capitalizações semestrais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{0,02052}{2}\right)^{2 \times 3} \Leftrightarrow C_f = 19668,47 \text{ €}$$

3.3.4. capitalizações trimestrais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow C_f = 18500 \left(1 + \frac{0,02052}{4}\right)^{4 \times 3} \Leftrightarrow C_f = 19671,55 \text{ €}$$

- 3.4. Na modalidade de juro composto, com capitalizações quadrimestrais, qual é o número mínimo de anos que deverá durar o depósito de modo que o capital final líquido seja de 22 000 €?

Capital Inicial	Ano	Capital Final
18500	1	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 1} = 18882,22$
	2	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 2} = 19272,34$
	3	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 3} = 19670,52$
	4	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 4} = 20076,93$
	5	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 5} = 20491,73$
	6	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 6} = 20915,10$
	7	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 7} = 21347,22$
	8	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 8} = 21788,27$
	9	$18500 \left(1 + \frac{0,02052}{3}\right)^{3 \times 9} = 22238,43$

- 3.5. Na modalidade de juro composto, com capitalizações bimensais, que valor deveria ter depositado a Fátima, de modo que, ao fim de dois anos, o capital final líquido fosse 20 000 €?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow 20000 = C_i \left(1 + \frac{0,02052}{6}\right)^{6 \times 2} \Leftrightarrow C_i = \frac{20000}{\left(1 + \frac{0,02052}{6}\right)^{6 \times 2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C_i = 19197,16 \text{ €}$$

4. O Joaquim contraiu um crédito pessoal no valor de 18 000 €. A TAN será de 11% e o crédito deverá ser pago em 84 meses.

Qual é o valor da prestação mensal (constante) e qual será o valor total do juro?

$$\text{Juros ano: } 0,11 \times 18000 = 1980$$

$$\text{Juros Totais: } 1980 \times \frac{84}{12} = 13860$$

$$\text{Valor Total: } 18000 + 12860 = 31860$$

$$\text{Prestação Mensal: } \frac{31860}{84} \approx 379,29$$

Vai fazer 83 pagamentos de 379,29 = 31481,07 e um pagamento de 31860 - 31481,07 = 378,93

5. Um certo capital inicial C_i , em euros, vai ser depositado num banco.
- 5.1. Se o capital final acumulado ao fim de dez anos a uma taxa de 2% ao ano, na modalidade de juro simples, for de 10 302 €, qual é o valor do capital inicial C_i ?

Seja x o Capital Inicial.

$$C_f = C_i (1 + r \times n)$$

$$10302 = C_i (1 + 0,02 \times 10) \Leftrightarrow C_i = \frac{10302}{1,2} \Leftrightarrow C_i = 8585\text{€}$$

- 5.2. Se o capital final acumulado ao fim de quatro anos a uma taxa de 2,5% ao ano, na modalidade de juro composto, for de 6622,88 €, qual é o valor do capital inicial C_i ?

$$C_f = C_i (1 + r)^n \Leftrightarrow 6622,88 = C_i (1 + 0,025)^4 \Leftrightarrow C_i = \frac{6622,88}{1,025^4} \Leftrightarrow C_i = 6000\text{€}$$

- 5.3. Supondo que a taxa de 2% é a TANL qual é a TANB, tendo em conta a taxa de imposto para Portugal Continental, que é 28%?

$$\text{TANL} = 0,72 \times \text{TANB}$$

$$0,02 = 0,72 \times \text{TANB} \Leftrightarrow \text{TANB} = \frac{0,02}{0,72} \Leftrightarrow \text{TANB} = 0,027777\dots$$

$$\text{TANB} = 2,78\%$$

6. O Augusto vai depositar 5700 € no seu banco. O banco oferece-lhe três opções, todas com prazo de cinco anos:

- **Opção 1:** TANL de 2,7% , na modalidade de juros simples;
- **Opção 2:** TANL de 2,58% , na modalidade de juro composto, com capitalizações anuais;
- **Opção 3:** TANL de 2,55% , na modalidade de juro composto, com capitalizações semestrais.

6.1. Que opção deverá escolher o Augusto de modo que o capital final seja o maior possível?

OPÇÃO 1:

$$C_f = C_i (1 + r \times n)$$

$$C_f = 5700(1 + 0,027 \times 5) = 6469,50€$$

OPÇÃO 2:

$$C_f = C_i (1 + r)^n$$

$$C_f = 5700(1 + 0,0258)^5 = 6474,23€$$

OPÇÃO 3:

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \times k}$$

$$C_f = 5700 \left(1 + \frac{0,0255}{2}\right)^{5 \times 2} = 6469,90 €$$

A melhor opção é a 2

6.2. O banco tem uma quarta opção em que oferece um misto entre juro simples e juro composto. Nos primeiros três anos, a modalidade é a de juro composto, com capitalizações trimestrais e TANL de 2,1% , e, nos últimos dois anos, a modalidade é a de juro simples com TANL de 3,5% .

6.2.1. Qual será o capital ao fim de cinco anos?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k}$$

Primeiros três anos:

$$C_f = 5700 \left(1 + \frac{0,021}{4}\right)^{3 \times 4} = 6069,65 €$$

Últimos dois anos:

$$C_f = C_i (1 + r \times n)$$

$$C_f = 6069,65(1 + 0,035 \times 2) = 6494,53€$$

6.2.2. Num depósito na modalidade de juro simples, com o mesmo prazo de cinco anos, qual deverá ser a TANL de modo que o capital final seja o mesmo que nesta quarta opção? Apresente o resultado em percentagem, arredondado às centésimas.

$$C_f = C_i (1 + r \times n)$$

$$6494,53 = 5700(1 + 5r) \Leftrightarrow 6494,53 = 5700 + 28500r \Leftrightarrow 28500r = 794,53 \Leftrightarrow r = \frac{794,53}{28500} \Leftrightarrow r \approx 0,0279$$

$$r = 2,79\%$$

7. A Joana depositou 6000 € no seu banco a uma TANB de 3,06%, na modalidade juros compostos.

7.1. Qual é o valor da TANL, considerando a taxa de imposto para Portugal continental?

$$\text{TANL} = \text{TANB} - 0,28 \times \text{TANB}$$

$$\text{TANL} = 3,06 - 0,28 \times 3,06 = 2,2032\%$$

7.2. Determina o capital final acumulado ao fim de 6 anos.

$$C_f = C_i (1 + r)^n$$

$$C_f = 6000(1 + 0,022032)^6 = 68368,14\text{€}$$

7.3. Considera que as capitalizações são mensais.

7.3.1. O capital acumulado ao fim de 3 anos e meio?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k}$$

$$C_f = 6000 \left(1 + \frac{0,022032}{12}\right)^{3 \times 12 + 6} = 6480,52\text{€}$$

7.3.2. Qual é o número mínimo de meses que deverá passar para que o capital final acumulado seja superior a 7000 €?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k}$$

$$6000 \left(1 + \frac{0,02032}{12}\right)^n > 7000$$

Por tentativa

$$6000 \left(1 + \frac{0,02032}{12}\right)^{70} = 6822,06$$

$$6000 \left(1 + \frac{0,02032}{12}\right)^{80} = 6948,35$$

$$6000 \left(1 + \frac{0,02032}{12}\right)^{83} = 6986,70$$

$$6000 \left(1 + \frac{0,02032}{12}\right)^{84} = 6999,52$$

$$6000 \left(1 + \frac{0,02032}{12}\right)^{85} = 7012,37$$

O ideal é recorrer a uma folha de cálculo.
São necessários no mínimo 85 meses.

7.4. Qual é o capital final líquido ao fim de um ano, com capitalizações trimestrais?

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k}$$

$$C_f = 6000 \left(1 + \frac{0,02032}{4}\right)^{1 \times 4} = 6133,29€$$

8. O Sérgio depositou no seu banco 2000 € a uma certa TANL, com prazo de 2 anos.
- 8.1. Determine o valor da taxa anual, em percentagem, arredondada às centésimas, sabendo que no final do prazo o Sérgio tinha acumulado 2070 € e que a modalidade de depósito era:

8.1.1. juro simples

$$2000(1+2r) = 2070 \Leftrightarrow 2000 + 4000r = 2070 \Leftrightarrow 4000r = 70 \Leftrightarrow r = \frac{70}{4000} \Leftrightarrow r = 0,0175$$

$$r = 1,75\%$$

8.1.2. juro acumulado

$$2000(1+r)^2 = 2070 \Leftrightarrow (1+r)^2 = \frac{2070}{2000} \Leftrightarrow (1+r)^2 = 1,035 \Leftrightarrow 1+r = \sqrt{1,035} \Leftrightarrow r \approx 0,0173$$

$$r = 1,73\%$$

- 8.2. Um outro depósito, com prazo de dois anos e meio, e uma taxa anual de 1,8% com capitalizações mensais foi proposto ao Sérgio.

8.2.1. Qual é a taxa de juro mensal?

$$\frac{0,018}{12} = 0,0015 = 0,15\%$$

8.2.2. Qual é o capital final acumulado no final do prazo?

$$2000(1+0,0015)^{12} = 1091,99\text{€}$$

9. Um banco oferece dois tipos de depósitos a prazo, ambos com o prazo de quatro anos.

Opção 1: Nos dois primeiros anos até a TANL é de 1,5% , na modalidade de juro simples. Ao capital final acumulado no final dos dois primeiros anos, aplica-se, nos dois últimos anos, uma taxa anual de 1,3%, na modalidade juro composto.

Opção 2: A TANL é de 1,4% , na modalidade juro composto, com capitalizações semestrais.

A Fátima vai depositar 5000 € neste banco. Que opção deverá escolher, de modo a ter o maior rendimento possível?

OPÇÃO 1:

Primeiros 2 anos:

$$5000(1+0,015 \times 2) = 5150\text{€}$$

2 últimos anos;

$$5150(1+0,013)^2 = 5284,77\text{€}$$

OPÇÃO 2:

$$5000 \left(1 + \frac{0,014}{2} \right)^{2 \times 4} = 5286,96\text{€}$$

A Fátima deve escolher a Opção 2

10. O senhor João depositou uma certa quantia C_i num depósito com um prazo de dois anos e meio na modalidade juro composto, com capitalizações mensais. A TANB deste depósito é de 3%.

Se recorrer a valores aproximados, utilize, no mínimo, 5 casas decimais.

10.1. Mostre que a taxa mensal líquida é de 0,18%.

$$\text{TANL} = 0,72 \times \text{TANB} = 0,72 \times 3 = 2,16\%$$

$$\frac{2,16}{12} = 0,18\% \quad \text{c.q.m.}$$

10.2. Sabendo que o capital final líquido resultante deste depósito foi de 1583,15 €, mostre que

$$C_i = 1500 \text{ €}.$$

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{n \times k} \Leftrightarrow 1583,15 = C_i (1 + 0,0018)^{30} \Leftrightarrow C_i = \frac{1583,15}{(1 + 0,0018)^{30}} \Leftrightarrow C_i \approx 1500 \text{ €} \quad \text{c.q.m.}$$

10.3. Durante quanto tempo, no mínimo, deveria durar o depósito, de modo que o capital final líquido seja superior a 1600 €. Use uma folha de cálculo para responder a esta questão.

$$1500(1 + 0,0018)^n > 1600$$

$$1500(1 + 0,0018)^{34} = 1594,58$$

$$1500(1 + 0,0018)^{35} = 1597,45$$

$$1500(1 + 0,0018)^{36} = 1600,33 > 1600$$

Deveria durar pelo menos 36 meses

11. A Sofia pediu um empréstimo de 20000 € ao seu banco para comprar um carro. A TAN negociada com o banco será de 9%.

11.1. Se a Sofia não fizer qualquer pagamento durante quatro anos, que valor em juro terá de liquidar nessa altura, além dos 20000 € ?

$$20000 \times 0,09^4 = 28231,63 \text{ €}$$

$$28231,63 - 20000 = 8231,63 \text{ €}$$

11.2. Qual deverá ser o valor da prestação mensal no caso de a Sofia querer pagar um empréstimo em 5 anos?

$$\text{Juros ano: } 0,09 \times 20000 = 1800$$

$$1800 \times 5 = 9000$$

$$20000 + 9000 = 29000 \text{ dívida}$$

Mensalidade a pagar:

$$\frac{29000}{5 \times 12} = 483,33\text{€}$$

12. Determine, na modalidade de juros compostos:

12.1. a TANB, com capitalizações mensais, no caso de o Capital Inicial ser de 1000 € e no final de dois anos produziu um capital final líquido de 1047,03 €. Apresente taxa arredondada às centésimas. Pode, caso queira, usar uma folha de cálculo.

$$1047,03 = 1000 \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{24} \Leftrightarrow \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{24} = \frac{1047,03}{1000} \Leftrightarrow \left(1 + \frac{r}{12}\right)^{24} = 1,04703 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{r}{12} = \sqrt[24]{1,04703} \Leftrightarrow \frac{r}{12} \approx 1,00192 - 1 \Leftrightarrow r \approx 0,023$$

$$\text{TANL} = 0,72 \times \text{TANB} \Leftrightarrow 2,3 = 0,72 \times \text{TANB} \Leftrightarrow \text{TANB} = \frac{2,3}{0,72} \Leftrightarrow \text{TANB} = 3,19\%$$

12.2. o Capital Inicial com uma TANL de 3% e que ao fim de oito anos produziu um capital final líquido de 5700,47 €.

$$5700,47 = C_i (1 + 0,03)^8 \Leftrightarrow C_i = \frac{5700,47}{1,03^8} \Leftrightarrow C_i \approx 4500\text{€}$$

12.3. O número mínimo de anos que deve durar um depósito, com TANL de 1,75% , com capitalizações mensais, de modo que o juro ganho represente pelo menos 15% do Capital Inicial. Depois de algum trabalho algébrico, use uma folha de cálculo para determinar o pretendido.

$$C_i \left(1 + \frac{0,0175}{12}\right)^{12n} > 1,15 C_i \Leftrightarrow \left(1 + \frac{0,0175}{12}\right)^{12n} > 1,15$$

		Ano (n)	$(1+0,0175/12)^{12n}$
		1	1,0176
TANL	1,75%	2	1,0356
		3	1,0539
		4	1,0725
		5	1,0914
		6	1,1106
		7	1,1302
		8	1,1502