



1. Em algumas eleições para as ordens profissionais, como a Ordem dos Médicos ou a Ordem dos advogados, tem havido mudança ao longo dos anos do recurso à maioria simples para a maioria absoluta.

1.1. Na tabela ao lado, apresentam-se os resultados das eleições para Bastonário e Conselho Geral da Ordem dos Advogados, em 2023.

Determine, justificando as respostas:

1.1.1. O método usado foi de maioria simples ou maioria absoluta ?

Maioria absoluta, uma vez que houve dois sufrágios, sendo que no segundo sufrágio, apenas estão as duas listas mais votadas.

1.1.2. Pelo método da maioria simples, qual é a lista vencedora?

A lista F (foi a mais votada no primeiro sufrágio)

1.1.3. Pelo método da maioria absoluta, qual é a lista vencedora?

A Lista F, porque foi a lista mais votada no primeiro sufrágio e foi, também, a mais votada no segundo sufrágio.

Bastonário e Conselho Geral

Primeiro Sufrágio:

Lista A – 4228 votos;
Lista C – 2285 votos;
Lista F – 4381 votos;
Lista J – 3349 votos;
Lista S – 2705 votos;
Lista T – 2673 votos;
Lista V – 1098 votos;

Votos em Branco: 2954
Votos inválidos: 242

Segundo Sufrágio:

Lista A – 7245 votos;
Lista F – 10 539 votos

Votos em Branco: 2643
Votos inválidos: 230

Fonte: Ordem dos advogados

1.2. Na tabela ao lado, apresentam-se os resultados das eleições para o Conselho Geral da Ordem dos Advogados para o biénio 2011-2013, por maioria simples.

Determine, justificando as respostas:

1.2.1. Qual foi a lista vencedora?

A Lista C

1.2.2. Caso a eleição fosse por maioria absoluta, haveria vencedor à primeira volta?

Não, porque a Lista C não obtém mais de metade dos votos.

LISTA C	9721
LISTA E	6044
LISTA F	3722
LISTA I	--
LISTA P	--
Nulos	322
Branços	1038
TOTAL	20 847

2. No Festival da Canção português, para se eleger a canção vencedora, usa-se um sistema preferencial. Cada elemento do júri, de cada região, ordena as dez canções preferidas do seguinte modo: atribui 12 pontos à canção preferida, 10 pontos à segunda mais preferida, e de 8 pontos a 1 ponto às restantes oito canções mais preferidas, por ordem decrescente de preferência.

As pontuações atribuídas pelo júri na final do Festival da Canção, de 2023, apresentam-se na tabela seguinte:

				NORTE	CENTRO	LVT	ALENTEJO	ALGARVE	MADEIRA	AÇORES
Canção	Tema	Compositor	Intérprete	Conversão	Conversão	Conversão	Conversão	Conversão	Conversão	Conversão
1	"Nasci Maria"	Cláudia Pascoal	Cláudia Pascoal	3	7	10	8	8	6	6
2	"Encruzilhada"	Churky	Churky	0	0	0	2	2	1	0
3	"Sapatos de Cimento"	Quim Albergaria	Esse Povo	4	2	2	5	5	5	7
4	"Goodnigh"	Bárbara Tinoco	Bárbara Tinoco	2	5	5	7	6	2	0
5	"Contraste Mudo"	YCWCB	YCWCB	7	4	7	4	12	10	1
6	"Tormento"	Voodoo Marmalade	Voodoo Marmalade	0	1	0	0	1	0	3
7	" Fim do Mundo"	Inês Apenas	Inês Apenas	6	3	6	1	7	3	0
8	"Ai Coração"	Mimicat	Mimicat	5	12	12	10	3	12	12
9	"World Needs Therapy"	Dapunksportif	Dapunksportif	0	0	0	0	0	0	2
10	" Endless World"	Neon Soho	Neon Soho	10	8	3	3	0	4	5
11	"Povo"	Ivandro	Ivandro	12	6	4	6	4	7	4
12	" A Festa"	Edmundo Inácio	Edmundo Inácio	8	10	8	12	10	8	10
13	"Viver"	SAL	SAL	1	0	1	0	0	0	8

- 2.1. Qual foi a canção que obteve maior pontuação na votação do júri? Se for mais do que uma, indica-as. Mostre como obteve a resposta.

Recorrendo a uma tabela excel

		Norte	Centro	LVT	Alentejo	Algarve	Madeira	Açores	TOTAL
1	Nasci Maria	3	7	10	8	8	6	6	48
2	Encruzilhada	0	0	0	2	2	1	0	5
3	Sapatos de Cimento	4	2	2	5	5	5	7	30
4	Goodnight	2	5	5	7	6	2	0	27
5	Contraste Mudo	7	4	7	4	12	10	1	45
6	Tormento	0	1	0	0	1	0	3	5
7	Fim do Mundo	6	3	6	1	7	3	0	26
8	Ai Coração	5	12	12	10	3	12	12	66
9	World Needs Therapy	0	0	0	0	0	0	0	0
10	Endless World	10	8	3	3	0	4	5	33
11	Pop	12	6	4	6	4	7	4	43
12	A Festa	8	10	8	12	10	8	10	66
13	Viver	1	0	1	0	0	0	8	10

Vemos que as canções com maior pontuação são "Ai coração" e "A Festa"

- 2.2. Qual teria sido a canção preferida do júri caso o sistema fosse de maioria simples? Justifique a resposta.

"Ai coração" com quatro votos em sete

3. Admita que num certo país é utilizado o método de Borda para eleger os representantes locais das suas regiões administrativas, o equivalente aos nossos presidentes das juntas de freguesia. Numa dessas regiões, apresentaram-se quatro candidatos, A , B , C e D e os resultados da votação, por ordem de preferência, foram os seguintes:

$A B C D$	→	30 eleitores
$A B D C$	→	45 eleitores
$B C D A$	→	90 eleitores
$C A B D$	→	62 eleitores
$D B C A$	→	31 eleitores

- 3.1. Quantos eleitores votaram nesta eleição?

$$30 + 45 + 90 + 62 + 31 = 258$$

- 3.2. Se o método fosse o de maioria simples, quem ganharia, considerando que se mantinha as primeiras preferências, e com que percentagem?

Ganharia o candidato B , uma vez que: $\frac{90}{258} \times 100 \approx 34,9\%$

- 3.3. Se o método fosse o de maioria absoluta, alguém ganharia na primeira volta?

Havendo necessidade de uma segunda volta, podemos afirmar que as preferências pelos candidatos se manteriam?

Como se verificou, em 3.2., o candidato mais votado foi o B , mas não consegue atingir mais de 50% de votos.

Como não se sabe qual a preferência dos votantes, caso existisse segunda votação, não podemos saber quem seria o vencedor, apenas saberíamos que o candidato A e B passariam à segunda volta.

- 3.4. Quem foi o vencedor, tendo em conta que neste país se usa o método de Borda?

$$A: 4 \times 30 + 4 \times 45 + 1 \times 90 + 3 \times 62 + 1 \times 31 = 607$$

$$B: 3 \times 30 + 3 \times 45 + 4 \times 90 + 2 \times 62 + 3 \times 31 = 802$$

$$C: 2 \times 30 + 1 \times 45 + 3 \times 90 + 4 \times 62 + 2 \times 31 = 685$$

$$D: 1 \times 30 + 2 \times 45 + 2 \times 90 + 1 \times 62 + 4 \times 31 = 486$$

O vencedor é o candidato B

- 3.5. Suponha que, após as eleições, o candidato vencedor desiste do cargo. Para o substituir consideram-se os boletins resultantes da votação em que se elimina o candidato vencedor e se atribui 3 pontos à primeira preferência, 2 à segunda e 1 à terceira. Por exemplo, no caso do primeiro conjunto de boletins ($A B C D$), o candidato A teria 30×3 pontos, o C 30×2 e o D 30×1 pontos.

Quem seria, nestas circunstâncias, o vencedor?

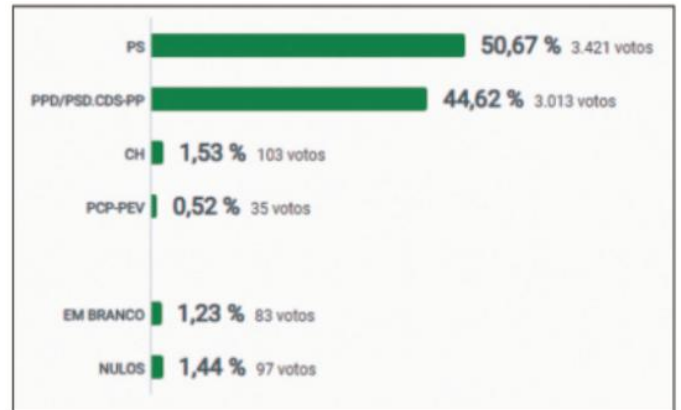
$$A: 3 \times 30 + 3 \times 45 + 1 \times 90 + 2 \times 62 + 1 \times 31 = 479$$

$$C: 2 \times 30 + 1 \times 45 + 3 \times 90 + 3 \times 62 + 2 \times 31 = 623$$

$$D: 1 \times 30 + 2 \times 45 + 2 \times 90 + 1 \times 62 + 3 \times 31 = 455$$

O candidato vencedor é o C

4. Na imagem ao lado, apresentam-se os resultados das votações nas Eleições Autárquicas de 2021, no concelho de Vinhais, distrito de Bragança.



Fonte: SGMAI; Eleições Autárquicas 2021

Apresente todos os cálculos que efetuar.

4.1. O presidente da Câmara é eleito por maioria simples. A que partido pertence o presidente eleito?

O partido mais votado foi o PS

4.2. Para a Câmara Municipal de Vinhais foram atribuídos 5 mandatos para vereador, pelo método de Hondt.

Determine a distribuição desses mandatos.

Divisores	Partidos			
	PS	PPD/PSD CDS-PP	CH	PCP-PEV
1	3421	3013	103	35
2	1710,50	1506,50	51,50	17,50
3	1140,33	1004,33	34,33	11,67
4	855	753,25	25,75	8,75
5	684,20	602,60	20,60	7,00

O PS elegeu três vereadores e a coligação elegeu dois vereadores.

4.3. Para a Assembleia Municipal foram eleitos 27 deputados, também pelo método de Hondt.

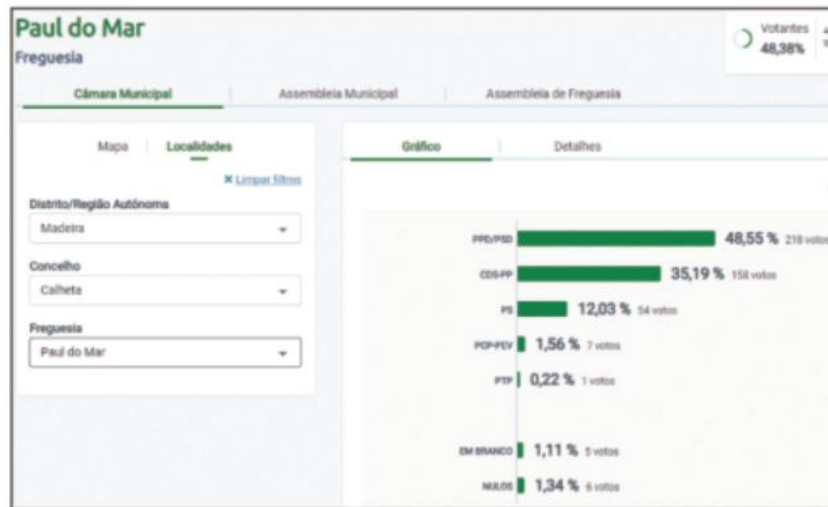
Admita que a votação para a Assembleia Municipal foi exatamente igual à votação para a Câmara Municipal. Mostre que só as duas primeiras listas mais votadas elegeram deputados neste concelho.

Na resposta, indique o número de deputados eleitos por cada lista.

Divisores	Partidos			
	PS	PPD/PSD CDS-PP	CH	PCP-PEV
1	3421	3013	103	35
2	1710,50	1506,50	51,50	17,50
3	1140,33	1004,33	34,33	11,67
4	855	753,25	25,75	8,75
5	684,20	602,60	20,60	7,00
6	570,17	502,17	17,17	5,83
7	488,71	430,43	14,71	5,00
8	427,63	376,63	12,88	4,38
9	380,11	334,78	11,44	3,89
10	342,10	301,30	10,30	3,50
11	311,00	273,91	9,36	3,18
12	285,08	251,08	8,58	2,92
13	263,15	231,77	7,92	2,69
14	244,36	215,21	7,36	2,50

O PS elegeu 14 deputados e a coligação 13.

5. Na tabela, apresentam-se os resultados das votações nas eleições autárquicas de 2021, para a Assembleia da Freguesia do Paul do mar, concelho de Calheta, na região Autónoma da Madeira. Nestas eleições foram atribuídos 7 mandatos para aquela assembleia de freguesia.



Fonte: SGMAI; Eleições Autárquicas 2021

- 5.1. Determine a distribuição de mandatos para esta assembleia, de acordo com o método de Hondt.

Divisores	Partidos		
	PPD/PSD	CDS-PP	PS
1	218	158	54
2	109,00	79,00	27,00
3	72,67	52,67	18,00
4	54,50	39,50	13,50
5	43,60	31,60	10,80

4 mandatos para o PPD/PSD, 2 para o CDS-PP e 1 para o PS

- 5.2. Verifique se a distribuição de mandatos se manteria, caso se utilizasse o método de St. Laguë.

Divisores	Partidos		
	PPD/PSD	CDS-PP	PS
1	218	158	54
3	72,67	52,67	18,00
5	43,60	31,60	10,80
7	31,14	22,57	7,71
9	24,22	17,56	6,00

3 mandatos para o PPD/PSD, 3 para o CDS-PP e 1 para o PS

6. Os resultados das Eleições Presidenciais de 2006 foram os seguintes:

Candidato		Número de votos	
António Pestana Garcia Pereira		23 983	
Aníbal António Cavaco Silva		2 773 431	
Francisco Anacleto Louçã		292 198	
Manuel Alegre de Melo Duarte		1 138 297	
Jerónimo Carvalho de Sousa		474 083	
Mário Alberto Nobre Lopes Soares		785 355	
Eleitores inscritos	Votantes	Votos brancos	Votos nulos
9 085 339	5 590 132	59 636	43 149

Fonte: Diário da República de 7 de fevereiro de 2006.

6.1. Qual foi a percentagem, arredondada às centésimas, de abstenção nesta eleição?

$$9085339 - 5590132 = 3495207$$

$$\frac{3495207}{9085339} \times 100 \approx 38,47\%$$

6.2. Quantos foram os votos validamente expressos?

1.º processo: (somar os votos de todos os candidatos)

$$23983 + 2773431 + 292198 + 1138297 + 474083 + 785355 = 5487347$$

2.º processo: (aos votantes retirar os nulos e brancos)

$$5590132 - 59636 - 43149 = 5847347$$

6.3. O artigo 10.º da Lei Eleitoral do Presidente da República Portuguesa (Critério de eleição) define, em traços gerais, que será eleito o candidato com mais de metade dos votos validamente expressos e que, se nenhum dos candidatos obtiver esse número de votos, então os dois candidatos mais votados, na primeira volta, serão submetidos a um segundo sufrágio (segunda volta).

Quem foi o candidato mais votado? Conseguiu ser eleito sem necessidade de uma segunda volta? Se sim, indica a percentagem de votos, arredondada às centésimas, que esse candidato conseguiu.

O candidato mais votado foi Cavaco Silva.

$$\frac{2773431}{5487347} \times 100 \approx 50,54\%$$

Não foi necessário realizar segunda volta porque o candidato obteve mais de metade dos votos validamente expressos.

7. Para a eleição do Presidente da Direção do Clube de Matemática, candidataram-se três sócios: Duarte (D), Frederico (F) e Sandra (S).

Para a votação, foi pedido aos sócios que ordenassem os candidatos por ordem decrescente de preferência. Os resultados obtidos estão representados na seguinte tabela:

1.ª preferência	D	D	F	F	S	S
2.ª preferência	S	F	D	S	D	F
3.ª preferência	F	S	S	D	F	D
Total (%)	25%	13%	10%	24%	7%	21%

- 7.1. Considerando apenas a primeira preferência, quem ganharia se o método fosse o da maioria simples, e com que percentagem?

Duarte, $25+13=38\%$

- 7.2. Considere agora que o método é o da maioria absoluta. No caso de nenhum dos candidatos ter obtido maioria absoluta, consideram apenas os dois candidatos mais votados na primeira preferência e eliminam-se os restantes. Refaz-se a tabela apenas com os dois mais votos e apura-se o vencedor.

- 7.2.1. Justifique que nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta e indique qual dos candidatos foi eliminado.

Duarte obteve 38%, Frederico 34% e Sandra 28%.

Portanto ninguém obteve maioria absoluta e a Sandra foi eliminada.

- 7.2.2. Qual foi o candidato vencedor, e com que percentagem dos votos?

Como a Sandra foi eliminada, então:

Duarte $\rightarrow 25+13+7=45\%$ e Frederico $\rightarrow 10+24+21=55\%$

Portanto o vencedor foi o Frederico com 55% dos votos.

- 7.3. Aplicando o método de Borba, quem seria o vencedor e quem ficaria em último?

D: $25 \times 3 + 13 \times 3 + 10 \times 2 + 24 + 7 \times 2 + 21 = 193$

F: $25 + 13 \times 2 + 10 \times 3 + 24 \times 3 + 7 + 21 \times 2 = 202$

S: $25 \times 2 + 13 + 10 + 24 \times 2 + 7 \times 3 + 21 \times 3 = 205$

Aplicando o método de Borba, o vencedor seria a Sandra e em último ficaria o Duarte

- 7.4. Suponha que a taxa de abstenção nesta eleição foi de 40% e que todos os sócios do clube podem votar. Sabe-se que, aplicando o método de Borba, a Sandra obteve 606 pontos.

Quantos sócios tem o clube?

$205 \rightarrow 606$

$10 \rightarrow x$

$x \approx 30$, então $30 \times 10 = 300$ corresponde a 60% dos votantes.

Portanto, $\frac{300 \times 100}{60} = 500$

8. Na eleição para o Delegado de Turma, os alunos manifestaram as seguintes preferências pelos candidatos A , B , C e D . O vencedor foi apurado por aplicação do método de Borba.

1.ª preferência	C	B	B	A	D
2.ª preferência	B	A	C	D	C
3.ª preferência	A	C	A	C	A
4.ª preferência	D	D	D	B	B
N.º de votos	6	9	x	3	y

Determine o número de alunos da turma, sabendo que o vencedor foi C , com 81 pontos, e que o segundo mais pontuado foi B , com 80 pontos.

$$\begin{cases} 6 \times 4 + 9 \times 2 + 3x + 3 \times 2 + 3y = 81 \\ 6 \times 3 + 9 \times 4 + 4x + 3 \times 1 + y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 81 - 48 \\ 4x + y = 80 - 57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3(23 - 4x) = 33 \\ y = 23 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 23 - 4x = 11 \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x = -12 \\ \text{-----} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 23 - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases}$$

Portanto o número de alunos é $6 + 9 + 4 + 3 + 7 = 29$