



1. Indique o valor lógico das seguintes afirmações e corrija as falsas:
 - 1.1. O incentro é o centro da única circunferência circunscrita ao triângulo.
 - 1.2. A distância do incentro a cada um dos lados do triângulo é o dobro do raio da circunferência inscrita no triângulo.
 - 1.3. O circuncentro pode não pertencer ao triângulo.
 - 1.4. A distância do baricentro a qualquer dos pontos médios dos lados do triângulo é $\frac{2}{3}$ do comprimento da mediana respetiva.
 - 1.5. As três medianas de um triângulo dividem-no em seis triângulos com igual área.

2. Considerando um triângulo e os seus quatro pontos notáveis, estabeleça uma correspondência entre cada um desses pontos e as suas características apresentadas no seguinte esquema.

Baricentro ■

Incentro ■

Ortocentro ■

Circuncentro ■

■ Centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

■ A sua distância a qualquer um dos vértices do triângulo é $\frac{2}{3}$ da respetiva mediana.

■ Centro da circunferência inscrita no triângulo.

■ Encontra-se a igual distância dos vértices do triângulo.

■ Ponto de interseção das medianas do triângulo.

■ Centro da circunferência tangente aos lados do triângulo.

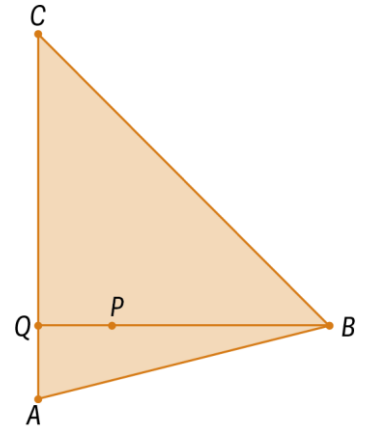
■ Encontra-se a igual distância dos lados do triângulo.

■ Ponto de interseção das retas suporte das alturas do triângulo.

■ Ponto de interseção das bissetrizes do triângulo.

■ Ponto de interseção das mediatrizes do triângulo.

3. Na figura seguinte encontra-se representado um triângulo $[ABC]$, um ponto notável do triângulo, P , pertencente à reta BQ e o ponto Q que é o pé da perpendicular à reta suporte do lado $[AC]$ que passa pelo vértice.

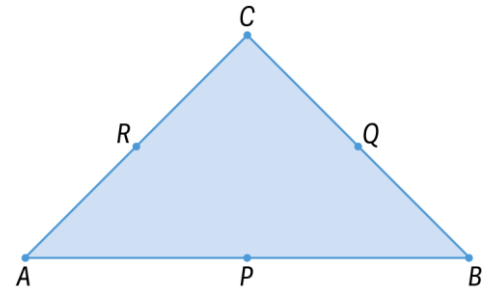


Sabe-se que:

- $\overline{AQ} = 1$;
- $\overline{BQ} = \overline{CQ}$;
- $\overline{BC} = 4\sqrt{2}$.

- 3.1. Como se designa o ponto P .
 3.2. Determine a área e o perímetro do triângulo $[ABC]$.

4. Na figura está representado o triângulo isósceles $[ABC]$, assim como os pontos médios dos seus lados.



Sabe-se que:

- $\overline{AC} = \overline{BC}$;
- $\overline{CP} = 5,7$ cm;
- $\overline{AQ} = 7,2$ cm;
- o ponto S , não representado na figura, é o baricentro do triângulo $[ABC]$.

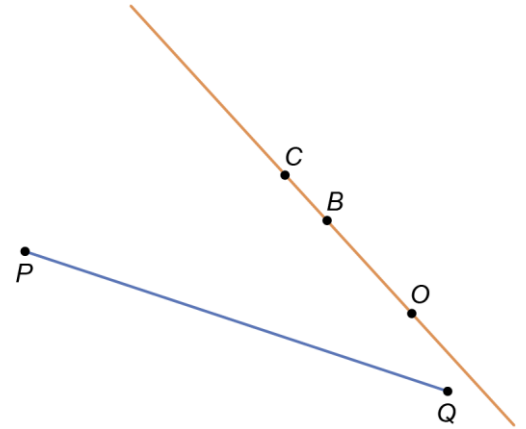
Determine:

- 4.1. \overline{AS}
 4.2. \overline{RS}
 4.3. \overline{PB} , com aproximação às centésimas
 4.4. A área do triângulo $[BCS]$, com aproximação às décimas.
5. Considere um triângulo $[ABC]$ de área 30 cm^2 e seja D o seu baricentro.
- 5.1. Explique como procederia para dividir o triângulo em dois polígonos em que a área de um deles fosse o dobro da área do outro.
 5.2. Determine a área do triângulo $[ADC]$.
 5.3. Admita agora que, relativamente a um referencial o. n. do plano, cuja unidade é o centímetro, os vértices do triângulo $[ABC]$ têm coordenadas $(-4, -1)$, $(6, -1)$ e $(0, 5)$ respetivamente.
- Determine:
- 5.3.1. as equações reduzidas das retas-suporte das medianas do triângulo;
 5.3.2. as coordenadas do ponto D .

15. Na figura está representado o segmento de reta $[PQ]$, que é um dos lados de um triângulo $[PQR]$ (o ponto R não se encontra representado na figura).

Está também representada a reta de Euler e, nela, foram assinalados o circuncentro, C , o baricentro, B , e o ortocentro, O , desse triângulo.

Sabe-se que $\overline{BC} = 1,4$ cm .



15.1. Determine \overline{CO} .

15.2. Determine a distância de B ao centro da circunferência dos nove pontos.

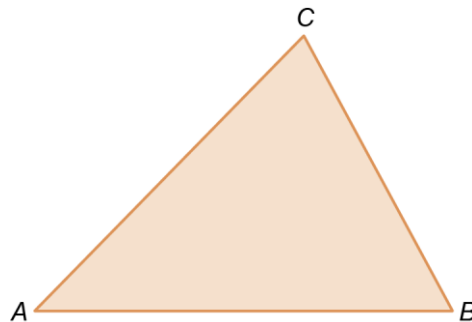
15.3. Complete a construção do triângulo $[PQR]$.

Explique o seu raciocínio.

16. O triângulo $[ABC]$ da figura é tal que $\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{BC} = 9$ cm e $\overline{CA} = 11$ cm .

Desenhe a circunferência dos nove pontos desse triângulo e localize, nessa circunferência, os nove pontos relevantes.

Apresente todos os passos da sua construção e explique o seu raciocínio.



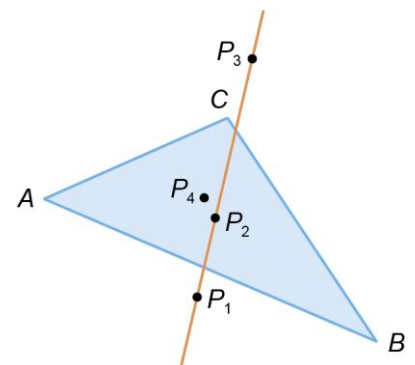
17. Na figura está representado um triângulo, $[ABC]$, os seus quatro pontos notáveis e a reta de Euler.

17.1. Sabe-se que P_1 representa o circuncentro do triângulo.

Indique o que representam P_2 , P_3 e P_4

17.2. Comente a afirmação:

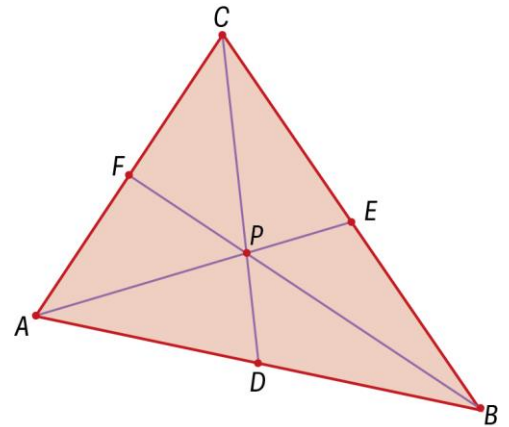
“O triângulo $[ABC]$ é retângulo.”



18. Considere o triângulo $[ABC]$ representado na figura ao lado.

Sabe-se que:

- D , E e F são os pontos médio de $[AB]$, $[BC]$ e $[AC]$, respetivamente;
- P é o ponto de interseção das retas AE , CD e BF ;
- $\overline{AB} = \overline{BC}$;
- $\overline{AF} = 8$;
- $\overline{FP} = 6$.



18.1. Como se designa o ponto P ?

18.2. Determine:

18.2.1. \overline{PB}

18.2.2. \overline{AP}

18.3. Determine o perímetro dos triângulos $[CFP]$ e $[BEP]$.

18.4. Que relação existe entre as áreas dos polígonos $[CEPF]$ e $[ABEPF]$?

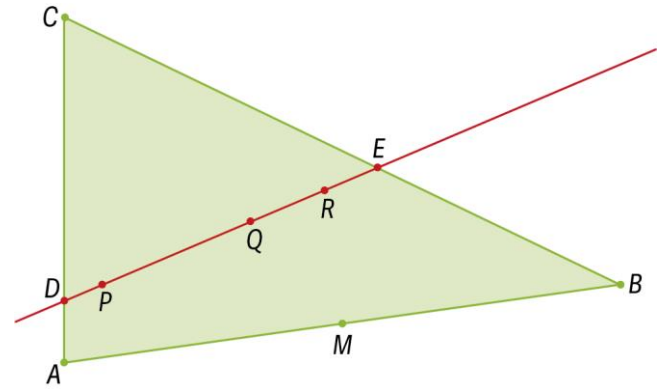
Justifique a sua resposta.

18.5. Determine a área do triângulo $[BCP]$.

19. Na figura seguinte pode observar-se um triângulo $[ABC]$ e a sua reta de Euler.

Sabe-se que:

- D e E são pontos de interseção da reta de Euler com o triângulo;
- M é o ponto médio de $[AB]$;
- $\overline{MQ} = 2,4$ cm ;
- $\overline{QR} = 2\overline{DP}$;
- $\overline{DE} = 5,9$ cm ;
- $\overline{ER} = 1$ cm ;
- a área do triângulo $[ABC]$ é $29,1$ cm².



19.1. Como se designam cada um dos pontos P , Q e R ?

19.2. Considere as seguintes afirmações:

(I) $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{PQ}$

(II) $\overline{QM} = \frac{1}{2}\overline{CM}$

(III) $3\overline{CQ} = 2\overline{CM}$

Selecione a opção correta:

- (A) As afirmações (I), (II) e (III) são verdadeiras.
- (B) As afirmações (I) e (II) são verdadeiras e a afirmação (III) é falsa.
- (C) As afirmações (I) e (III) são verdadeiras e a afirmação (II) é falsa.
- (D) As afirmações (II) e (III) são verdadeiras e a afirmação (I) é falsa.

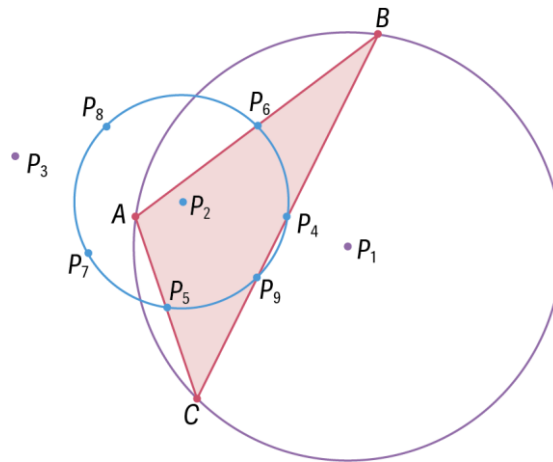
19.3. Determine a distância entre:

19.3.1. o baricentro e o vértice C ;

19.3.2. o ortocentro e o circuncentro.

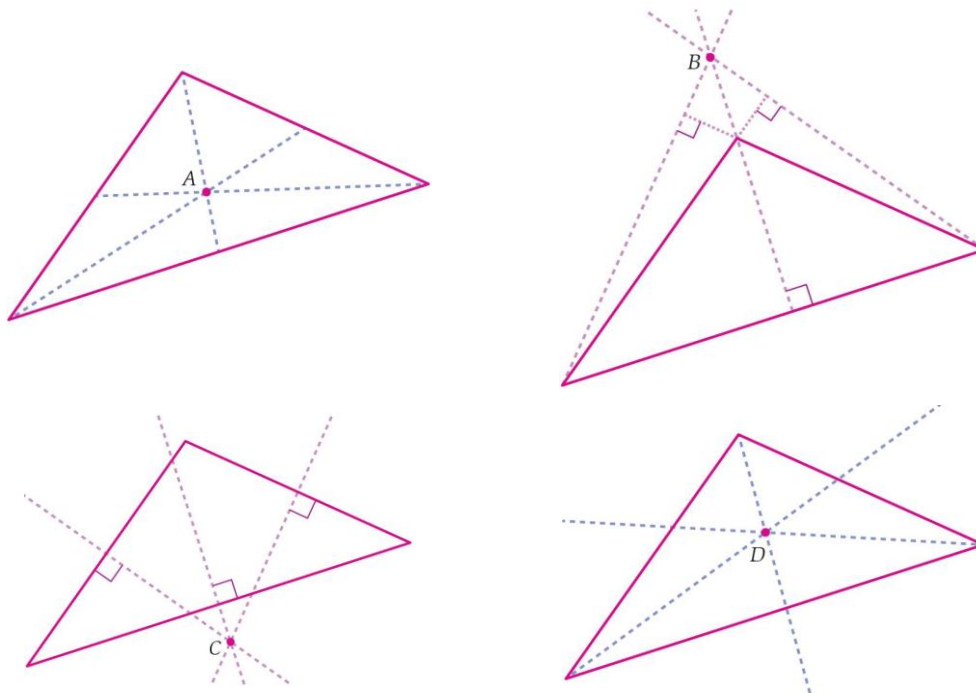
19.4. Calcule a área do polígono $[ABCQ]$.

20. Na figura seguintes, estão representados o triângulo $[ABC]$, os seus ortocentro, circuncentro, a circunferência circunscrita ao triângulo, a circunferência dos nove pontos e o seu centro.
- Sabe-se ainda que os pontos A , B e C , têm coordenadas $(3,2)$, $(7,5)$ e $(4,-1)$, respetivamente.



- 20.1. Identifique os pontos marcados, de P_1 a P_9 .
- 20.2. Determine as coordenadas do circuncentro do triângulo $[ABC]$.
- 20.3. Escreva a equação da circunferência circunscrita ao triângulo $[ABC]$.
- 20.4. Determine a área e o perímetro da circunferência dos nove pontos do triângulo $[ABC]$.
Apresente o resultado com aproximação às centésimas.
- 20.5. Mostre que as coordenadas do baricentro do triângulo $[ABC]$ são $\left(\frac{14}{3}, 2\right)$.
- 20.6. Determine a distância:
- 20.6.1. do baricentro ao circuncentro do triângulo $[ABC]$;
- 20.6.2. do baricentro ao ortocentro do triângulo $[ABC]$.

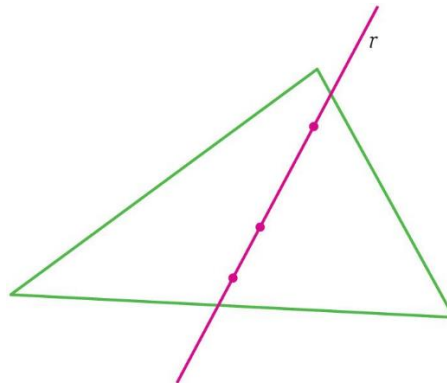
21. Na figura seguinte estão representados quatro triângulos escalenos, geometricamente iguais, e os pontos A , B , C e D .



Qual das afirmações, sobre os pontos A , B , C e D , pode ser verdadeira?

- (A) São, respetivamente, o incentro, o circuncentro, o ortocentro e o baricentro do triângulo.
 (B) São, respetivamente, o baricentro, o ortocentro, o circuncentro e o incentro do triângulo
 (C) São, respetivamente, o ortocentro, o baricentro, o incentro e o circuncentro do triângulo
 (D) São, respetivamente, o circuncentro, o incentro, o baricentro e o ortocentro do triângulo
22. Considere um triângulo retângulo de catetos 7 cm e 24 cm.
- 22.1. Qual é o comprimento da hipotenusa do triângulo.
- 22.2. Considere a circunferência circunscrita ao triângulo.
 Determine o raio dessa circunferência.
- 22.3. Considere a circunferência inscrita no triângulo.
 Determine o raio dessa circunferência.
- 22.4. Seja x a distância, em centímetros, do baricentro do triângulo ao cateto de comprimento 24 cm.
 Determine x .
- 22.5. Seja y a distância, em centímetros, do ortocentro do triângulo à hipotenusa.
 Determina o valor de y com aproximação às décimas.

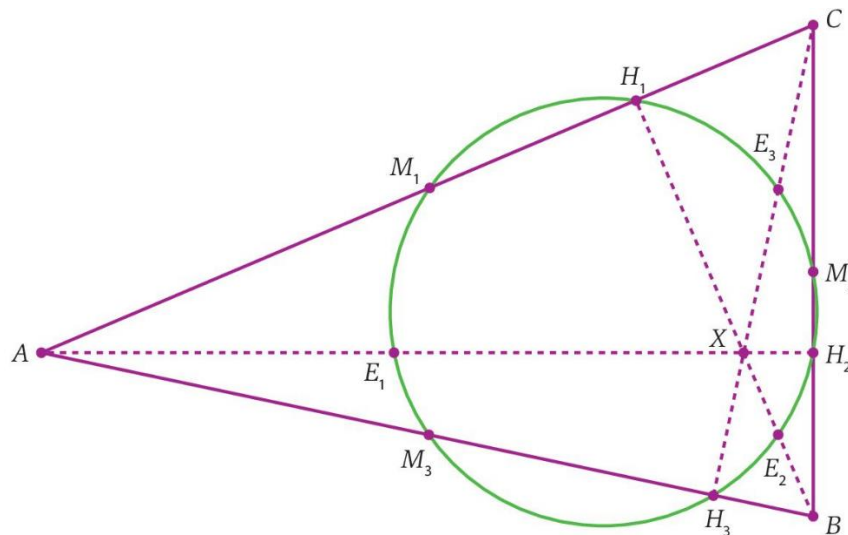
23. Na figura seguinte estão representados um triângulo escaleno, três dos pontos notáveis do triângulo e a reta r , reta de Euler relativamente a esse triângulo.



- 23.1. Qual dos seguintes pontos notáveis não está representado?
 (A) O incentro (B) O circuncentro (C) O baricentro (D) O ortocentro

- 23.2. Justifique que, num triângulo retângulo, a reta de Euler é definida pelo ponto médio da hipotenusa e pelo vértice de ângulo reto.

24. Na figura seguinte estão representados o triângulo escaleno $[ABC]$, o ponto X e a circunferência dos nove pontos, relativamente a esse triângulo.



- 24.1. Qual das afirmações, sobre o ponto X , é verdadeira?
 (A) É o baricentro de $[ABC]$
 (B) É o incentro de $[ABC]$
 (C) É o circuncentro de $[ABC]$
 (D) É o ortocentro de $[ABC]$

- 24.2. Prove que, num triângulo retângulo, o raio da circunferência circunscrita é o dobro do raio da circunferência dos nove pontos, relativamente a esse triângulo.