1.1

$$V_{[ABCDV]} = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times \overline{AV}$$

$$\Leftrightarrow 216 = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times (\overline{AO} + \overline{OV})$$

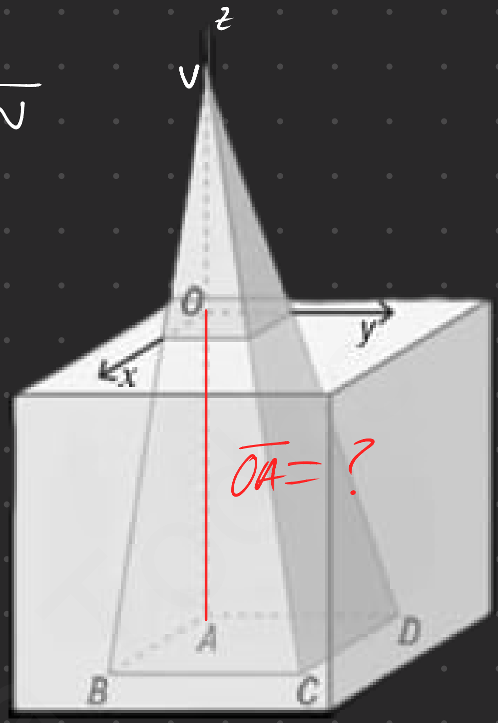
$$\Leftrightarrow 216 = \frac{1}{3} \times 36 \times (\overline{AO} + 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{216}{12} = \overline{AO} + 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{AO} = 18 - 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{AO} = 9$$

Altura da água é 9 dm



1.2

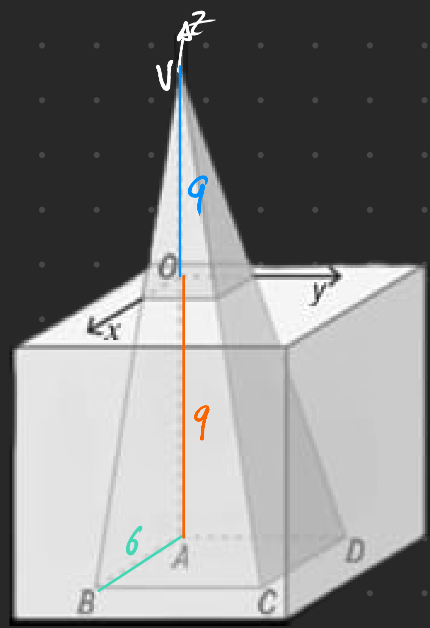
$A(0, 0, -9)$

$B(6, 0, -9)$

$C(6, 6, -9)$

$D(0, 6, -9)$

$V(0, 0, 9)$



1.3 A parte que não está submersa é uma pirâmide semelhante a [ABCDV] em que a razão de semelhança é:

$$r = \frac{\overline{OV}}{\overline{AV}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

Assim, $V_{\substack{\text{Parte não} \\ \text{submersa}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{[ABCDV]}$

$$= \frac{1}{8} \times \left[\underbrace{\frac{1}{3} \times 36 \times 18}_{216}\right]$$

$$= 27$$

$$V_{\substack{\text{água} \\ \text{Depósito}}} = V_{[ABCDV]} - V_{\substack{\text{Parte não} \\ \text{submersa}}}$$

$$= 216 - 27 = 189 \text{ dm}^3 \rightarrow 189 \text{ L}$$

2.1 $E(2, 2, 2)$; $F(0, 2, 2)$

$EF: \ y = 2 \ \wedge \ z = 2$

2.2 $[OE]$ é o diâmetro da superfície esférica que contém os oito vértices

$$\overline{OE} = \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

raio é igual a $\frac{\overline{OE}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ c.q.m.

2.3 $A(2,0,0)$ $C(0,2,0)$

Seja $P(x,y,z)$ um ponto do plano mediador de $[AC]$

$$(x-2)^2+y^2+\cancel{z^2}=x^2+(y-2)^2+\cancel{z^2}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}-4x+\cancel{4}+\cancel{y^2}=\cancel{x^2}+\cancel{y^2}-4y+\cancel{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x=-4y$$

$$\Leftrightarrow x=y$$

$$\Leftrightarrow x-y=0$$

3.1 a) $C(3,-3,0)$ e $D(3,5,0)$

Processo 1: CD é perpendicular a Ox e é paralela ao plano Oxy.

$$\overline{CD}=|5-(-3)|=8$$

Processo 2:

$$d(C,D)=\sqrt{(3-3)^2+(-3-5)^2+(0-0)^2}$$

$$=\sqrt{0+64+0}=8$$

b) $C(3,-3,0)$ e $G(-1,-3,0)$

Processo 1:

CG é paralela a Oy e é paralela ao plano Oxy.

$$\overline{CG} = |-1-3| = 4$$

Processo 2:

$$d(C,G) = \sqrt{(3-(-1))^2 + (-3-(-3))^2 + (0-0)^2}$$

$$= \sqrt{16+0+0} = 4$$

c) $A(3,5,4)$ e $D(3,5,0)$

Processo 1:

AD é paralela ao eixo Oz e perpendicular ao plano Oxy

$$\overline{AD} = |4-0| = 4$$

Processo 2:

$$d(A,D) = \sqrt{(3-3)^2 + (5-5)^2 + (4-0)^2}$$

$$= \sqrt{0+0+16} = 4$$

3.2 a) $\overline{DG}^2 = \overline{CG}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{DG}^2 = 4^2 + 8^2$

$\Leftrightarrow \overline{DG}^2 = 80$

$\Leftrightarrow \overline{DG} = \sqrt{80}, \quad \overline{DG} > 0$

$\Leftrightarrow \overline{DG} = 4\sqrt{5}$

b) $\overline{AG}^2 = \overline{GD}^2 + \overline{AD}^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AG}^2 = (\sqrt{80})^2 + 4^2$

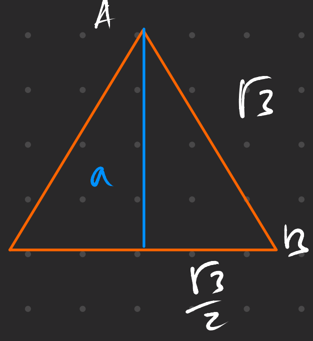
$\Leftrightarrow \overline{AG}^2 = 80 + 16$

$\Leftrightarrow \overline{AG} = \sqrt{96}, \quad \overline{AG} > 0$

$\Leftrightarrow \overline{AG} = 4\sqrt{6}$

4. Como o tetraedro é regular, então, todas as arestas têm o mesmo comprimento

$\overline{AB} = \sqrt{(1-2)^2 + (2-1)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$



$a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow a^2 = 3 - \frac{3}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}, \quad a > 0$

logo $A_{\text{Tetraedro}} = 4 \times \dfrac{\overline{AB} \times a}{2} = \cancel{2} \times \sqrt{3} \times \dfrac{3}{\cancel{2}} =$

$= 3\sqrt{3}$

5.1 $A(3, -2, 1)$ $B(-4, 5, -3)$

$d(A,B) = \sqrt{(3+4)^2 + (-2-5)^2 + (1+3)^2}$

$= \sqrt{49 + 49 + 16} = \sqrt{114}$

5.2 C projeção ortogonal de B sobre

Oz, então $C(0, 0, 5)$

$d(A,C) = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-5)^2}$

$= \sqrt{9 + 4 + 16} = \sqrt{29}$

5.3 D projeção ortogonal de A sobre Oyz,

então $D(0, -2, 1)$

$d(B,D) = \sqrt{(-4-0)^2 + (5+2)^2 + (1+3)^2}$

$= \sqrt{16 + 49 + 16} = \sqrt{81} = 9$

6.1 Como A' é o ponto de Oxz mais perto de A então A' é a projeção ortogonal de A no plano Oxz, isto é $A'(-2,0,2)$.

Como B' é o ponto de Oyz mais perto de B, então $B'(0,1,5)$

$$d(A',B') = \sqrt{(0+2)^2+(1-0)^2+(5-2)^2}$$
$$= \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$$

$$d(A',C) = \sqrt{(-6+2)^2+(3-0)^2+(6-2)^2}$$
$$= \sqrt{16+9+16} = \sqrt{41}$$

$$d(B',C) = \sqrt{(-6-0)^2+(3-1)^2+(6-5)^2}$$
$$= \sqrt{36+4+1} = \sqrt{41}$$

Como $\overline{A'C} = \overline{B'C}$ então $[A'B'C]$ é isósceles

6.2 Como [A'B'C] é um triângulo isósceles com $\overline{A'C} = \overline{B'C}$ então [A'B'] é a base do triângulo.

Assim o ponto médio de [A'B'] é $M\left(\frac{-2+0}{2}, \frac{0+1}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = \left(-1, \frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

[MC] é a altura do triângulo

$$\overline{MC} = \sqrt{(-1+6)^2 + \left(\frac{1}{2}-3\right)^2 + \left(\frac{7}{2}-6\right)}$$

$$= \sqrt{25 + \frac{25}{4} + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{150}{4}}$$

$$= \frac{5\sqrt{6}}{4}$$

$$A_{[A'B'C]} = \frac{\overline{A'B'} \times \overline{MC}}{2} = \frac{\sqrt{14} + \frac{5\sqrt{6}}{4}}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{21}}{2}$$

7. $R(1, 3, -2)$ $S(-4, 2, -3)$

α plano mediador

7.1 $T\left(-1, -\frac{1}{2}, -2\right)$ pertence a α se $\overline{RT} = \overline{ST}$

$$\cancel{\sqrt{}}(1+1)^2 + \left(3+\frac{1}{2}\right)^2 + (-2+2)^2 = \cancel{\sqrt{}}(-4+1)^2 + \left(2+\frac{1}{2}\right)^2 + (-3+2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4 + \frac{49}{4} + 0 = 9 + \frac{25}{4} + 1 \Leftrightarrow \frac{65}{4} = \frac{65}{4}$$

logo $T \in \alpha$

7.2 Seja $P(x, y, z)$ um ponto de α

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = (x+4)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} - 6y + 9 + \cancel{z^2} + 4z + 4 = \cancel{x^2} + 8x + 16 + \cancel{y^2} - 4y + 4 + \cancel{z^2} + 6z + 9$$

$$-2x - 8x - 6y + 4y + 4z - 6z + 14 - 29 = 0$$

$$\Leftrightarrow -10x - 2y - 2z - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x + 2y + 2z + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x + 2y + 2z = -15 \quad \text{c.q.m.}$$

7.3 O ponto de interseção de [RS] com o plano α é o ponto médio de [RS]

$$M\left(\frac{1-4}{2}, \frac{3+2}{2}, \frac{-2-3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

7.4 Se $y=2$ então

$$10x + 2\times 2 + 2z = -15 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 10x + 2z = -19$$

$$\Leftrightarrow 10x = -2z - 19$$

Tomando, por exemplo, $z = -\frac{1}{2}$

$$10x = -2\times\left(-\frac{1}{2}\right) - 19$$

$$\Leftrightarrow 10x = 1 - 19$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-18}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{9}{5}$$

$$\left(-\frac{9}{5}, 2, -\frac{1}{2}\right)$$

7.5 α interseção com Ox

$$10x + 2y + 2z = -15 \wedge y = 0 \wedge z = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x = -15 \wedge y = 0 \wedge z = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \wedge y = 0 \wedge z = 0$$

$$\left(-\frac{3}{2}, 0, 0\right)$$

α interseção com Oy

$$10x + 2y + 2z = -15 \wedge x = 0 \wedge z = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{15}{2} \wedge x = 0 \wedge z = 0$$

$$\left(0, -\frac{15}{2}, 0\right)$$

α interseção com Oz

$$10x + 2y + 2z = -15 \wedge x = 0 \wedge y = 0$$

$$\Leftrightarrow z = -\frac{15}{2} \wedge x = 0 \wedge y = 0$$

$$\left(0, 0, -\frac{15}{2}\right)$$

8.1

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-1)^2+(-2-6)^2+(4+1)^2}$$
$$= \sqrt{9+64+25} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4+2)+(-2+0)^2+(4-1)^2}$$
$$= \sqrt{36+4+9} = 7$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(1+2)^2+(6-0)^2+(-1-1)^2}$$
$$= \sqrt{9+36+4} = 7$$

Como $\overline{AC} = \overline{BC}$ o triângulo é isósceles

8.2 Um ponto do semieixo positivo Oz tem coordenadas do tipo $Q(0,0,z), z>0$

$d(P,A) = d(A,O) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{\sqrt{}}(0-4)^2+(0+2)^2+(z-4)^2 = \cancel{\sqrt{}}4^2+(-2)^2+4^2$

$\Leftrightarrow \cancel{16}+\cancel{4}+(z-4)^2 = \cancel{16}+\cancel{4}+16$

$\Leftrightarrow (z-4)^2 = 16$

$\Leftrightarrow z-4 = -4 \vee z-4 = 4$

$\Leftrightarrow z = 0 \quad \vee \quad z = 8$

Assim, $Q(0,0,z)$

8.3 $P\left(\frac{1-2}{2}, \frac{6+0}{2}, \frac{-1+1}{2}\right)$

$P\left(-\frac{1}{2}, 3, 0\right)$

Seja M o ponto médio de $[AB]$

$M\left(\frac{4-\frac{1}{2}}{2}, \frac{-2+3}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$

$M\left(\frac{7}{4}, \frac{1}{2}, 2\right)$

9.1 $[AC]$ é uma diagonal facial do cubo.

$\overline{AC} = \sqrt{\left(2-\frac{4}{5}\right)^2 + (-1+1)^2 + \left(-1-\frac{37}{5}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{36}{25} + \frac{1764}{25}} = \sqrt{72}$

Seja $\underline{\underline{a}}$ uma aresta do cubo

então $a^2 + a^2 = \sqrt{72} \Leftrightarrow 2a^2 = 72$

$\Leftrightarrow a^2 = 36, \ a > 0$

$\Leftrightarrow a = 6$ c.q.m.

9.2 A altura da pirâmide é igual a 6.

Assim $V_{[ABCDV]} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 6 = 72$

10.1 Como M é o ponto de interseção de AB com α, então M é o ponto médio de [AB]

$$M\left(\frac{3-1}{2}, \frac{-2-6}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (1, -4, 2)$$

$$d(M,B) = \sqrt{(1+1)^2 + (-4+6)^2 + (2-3)^2}$$

$$= \sqrt{4+4+1} = 3$$

10.2 Seja (x,y,z) um ponto de α

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = (x+1)^2 + (y+6)^2 + (z-3)^2 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2} + 4y + 4 + \cancel{z^2} - 2z + 1 = \cancel{x^2} + 2x + 1 + \cancel{y^2} + 12y + 36 + \cancel{z^2} - 6z + 9$$

$$-6x - 2x + 4y - 12y - 2z + 6z + 14 - 46 = 0$$

$$-8x - 8y + 4z - 32 = 0$$

$$2x + 2y - z + 8 = 0$$

10.3 $P(k, -3, 3k)$

$P \in \alpha$ então

$2k + 2\times(-3) - 3k + z = 0$

$\Leftrightarrow -k = -2$

$\Leftrightarrow k = 2$

11.1 $d(A,B) = \sqrt{(2+3) + (1-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{26}$

11.2 $\overline{BC} = \overline{CA}$ e $C(0, y, 0), y<0$

$\cancel{\sqrt{}}(0+3)^2 + (y-0)^2 + (0-0)^2 = \cancel{\sqrt{}}(0-2)^2 + (y-1)^2 + (0-0)^2$

$\Leftrightarrow 9 + \cancel{y^2} = 4 + \cancel{y^2} - 2y + 1$

$\Leftrightarrow 2y = 5 - 9 \Leftrightarrow y = -2$

logo $C(0, -2, 0)$ c.q.m.

11.2 $V = 26 \Leftrightarrow A_{[ABC]} \times h = 26 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow h = \dfrac{26}{A_{[ABC]}}$

$[ABC]$ é um triângulo retângulo

e $A\hat{C}B$ é reto

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BC}}{2} \quad , \text{ com } \overline{AC} = \overline{BC}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(2-0)^2 + (1+2)^2 + (0-0)^2}$$
$$= \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

Assim $A_{[ABC]} = \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{13}}{2} = \frac{13}{2}$

Portanto $h = \frac{26}{\frac{13}{2}} = 4$

11.4 A aresta CF é perpendicular a Oy e pertence ao semiplano Oyz

Logo $CF: x = 0 \wedge y = -2$

11.5 F tem coordenadas $(0, -2, 4)$

O ponto médio de [FA] é

$$\left(\frac{0+2}{2}, \frac{-2+1}{2}, \frac{4+0}{2}\right) = \left(1, -\frac{1}{2}, 1\right)$$

Logo o plano paralelo a Oxz é

$$y = -\frac{1}{2}$$

11.6 $A(2,1,0)$ $E(-3,0,4)$

e $P(0,y,0)$, $y>0$

$d(E,A)=d(E,P) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2+3)^2+(1-0)^2+(0-4)^2}=\sqrt{(0+3)^2+(y-0)^2+(0-4)^2}$

$\Leftrightarrow \cancel{25}+1+16=\cancel{9}+y^2+\cancel{16}$

$\Leftrightarrow y^2=17 \underset{y>0}{\Leftrightarrow} y=\sqrt{17}$

Portanto $P(0,\sqrt{17},0)$

12.1 $B(1,2,3)$ $D(2,-2,2)$

Seja $P(x,y,z)$ um ponto do plano mediador de $[BD]$

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=(x-2)^2+(y+2)^2+(z-2)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \cancel{x^2}-2x+1+\cancel{y^2}-4y+4+\cancel{z^2}-6z+9=\cancel{x^2}-4x+4+\cancel{y^2}+4y+4+\cancel{z^2}-4z+4$

$\Leftrightarrow -2x+4x-4y-4y-6z+4z+14-12=0$

$\Leftrightarrow 2x-8y-2z+2=0 \Leftrightarrow x-4y-z+1=0$

12.2 Como $A \in Oz$ então as coordenadas de A são do tipo $(0,0,z)$

Como $\overline{AB} = \overline{BD}$ (arestas do cubo) então A pertence ao plano mediador de [BD]

Assim $0 - 4 \times 0 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z = 1$

logo $A(0,0,1)$

12.3 $A(0,0,1)$ $H(1,-1,6)$

$$M\left(\frac{0+1}{2}, \frac{0-1}{2}, \frac{1+6}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

13.1 Como a base está contida num plano paralelo a Oxz e $A(1,2,0)$ pertence à base, então a equação do plano é $y=2$

13.2 $A(1,2,0)$ $B(5,2,0)$

$$M\left(\frac{1+5}{2}, \frac{2+2}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (3,2,0)$$

13.3 AB é uma reta paralela a Ox

$AB: y = 2 \wedge z = 0$

Assim a outra diagonal do quadrado da base é paralela a Oz.

Portanto, D e C têm a mesma abcissa e ordenada de M. Assim $D(3, 2, z_D)$, $z_D > 0$ e $C(3, 2, z_C)$, $z_C < 0$.

A distância de M a A é igual à distância de M a D e de M a C

Assim $D(3, 2, 2)$ e $C(3, 2, -2)$

13.4 $A(1, 2, 0)$ $D(3, 2, 2)$

Seja $P(x, y, z)$ um ponto do plano mediador de $[AD]$.

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} - \cancel{4y} + 4 + \cancel{z^2} = \cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2} - \cancel{4y} + 4 + \cancel{z^2} - 4z + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x + 6x + 4z + 5 - 17 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4z - 12 = 0 \Leftrightarrow x + z - 3 = 0$$

13.5 $V_{[ABCDE]} = 16 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \cdot \overline{ME} = 16$

$\overline{AD} = \sqrt{(3-1)^2 + (2-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$A_{[ABCD]} = 8$

$\frac{1}{3} \times 8 \times \overline{ME} = 16 \Leftrightarrow \overline{ME} = \frac{16 \times 3}{8} \Leftrightarrow \overline{ME} = 6$

Assim, $y_M - y_E = 6 \Leftrightarrow 2 - y_E = 6$

$\Leftrightarrow y_E = -4$

E tem a mesma abcissa e cota de M

logo $E(3, -4, 0)$

13.6 Os triângulos [ABE] e [HFE] são semelhantes, logo as alturas são proporcionais

$\frac{\overline{AB}}{\overline{HF}} = \frac{6}{4} \Leftrightarrow \frac{4}{\overline{HF}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 8 = 3\overline{HF}$

$\overline{AB} = |x_B - x_A|$
$= 5 - 1 = 4$

$\Leftrightarrow \overline{HF} = \frac{8}{3}$

Metade de $\overline{HF}$ é $\frac{4}{3}$

As coordenadas do ponto médio de [FH] são $(3, 0, 0)$, pois o plano CDE tem equação $x = 3$

As coordenadas dos vértices do quadrado [FGHI] são

$F\left(3+\frac{4}{3}, 0, 0\right) = \left(\frac{13}{3}, 0, 0\right)$

$H\left(3-\frac{4}{3}, 0, 0\right) = \left(\frac{5}{3}, 0, 0\right)$

$G\left(3, 0, \frac{4}{3}\right) \quad I\left(3, 0, -\frac{4}{3}\right)$

14. $AB: x=2 \wedge z=-1 \quad \overline{AD}: y=-1 \wedge z=-1$

$BC: y=3 \wedge z=-1$

Assim $A(2,-1,-1)$ e $B(2,3,-1)$

$\overline{AB} = \sqrt{(2-2)^2+(-1-3)^2+(-1+1)^2} = \sqrt{16} = 4$

$V_{[ABCD]} = 32 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \times \overline{AB}^2 \times h = 32$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \times 16 \times h = 32$

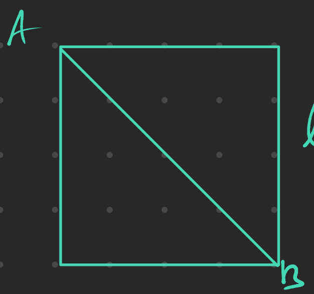
$\Leftrightarrow h = \frac{32 \times 3}{16}$

$\Leftrightarrow h = 6$

Como ABC é definido pela equação $z=-1$

então a cota de V é $z=-1+6=5$

15. $A(2, -1, a+1) \quad B(2, 1, 1-a) \; , \; a \in \mathbb{R}$



$$A = 8 \; , \text{ logo } \; l = \sqrt{8}$$

$$l^2 + l^2 = \overline{AB}^2 \Leftrightarrow 2l^2 = \overline{AB}^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(2-2)^2 + (-1-1)^2 + (a+1-1+a)^2}$$

$$= \sqrt{4 + a^2}$$

$$2l^2 = \overline{AB}^2 \Leftrightarrow 2\left(\cancel{\sqrt{8}}\right)^{\cancel{2}} = \left(\cancel{\sqrt{4+a^2}}\right)^{\cancel{2}}$$

$$\Leftrightarrow 16 = 4 + a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow a = \pm\sqrt{12}$$

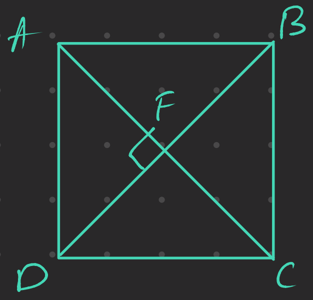
$$\Leftrightarrow a = -2\sqrt{3} \vee a = 2\sqrt{3}$$

16.1 $D(-6, 0, -2) \; , \; E(-3, 3, 1) \text{ e } F(-2, 1, -1)$

$$V = \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times \overline{EF}$$

$$\overline{EF} = \sqrt{(-3+2)^2 + (3-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{1+4+4} = 3$$

$A_{[ABCD]}$



$D(-6, 0, -2)$

$F(-2, 1, -1)$

$$\overline{DF} = \sqrt{(-6+2)^2 + (0-1)^2 + (-2+1)^2} = \sqrt{16+1+1} = \sqrt{18}$$

$$\overline{AD}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{AF}^2 \underset{\overline{DF}=\overline{AF}}{\Leftrightarrow} \overline{AD}^2 = 2\overline{DF}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 2\times(\sqrt{18})^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 36 \underset{\overline{AD}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AD} = 6$$

Assim $A_{[ABCD]} = 6^2 = 36$

Portanto $V = \frac{1}{3} \times 36 \times 3 = 36$

16.2 Seja $P(x, y, z)$ um ponto do plano mediador de $[ED]$

$$(x+6)^2 + y^2 + (z+2)^2 = (x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2} + 12x + 36 + \cancel{y^2} + \cancel{z^2} + 4z + 4 = \cancel{x^2} + 6x + 9 + \cancel{y^2} - 6y + 9 + \cancel{z^2} - 2z + 1$$

$$\Leftrightarrow 12x - 6x + 6y + 4z + 2z + 40 - 19 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x + 6y + 6z + 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y + 2z + 7 = 0$$

17.1 $V_{pirâmide} = \frac{1}{3} \times A_b \times h \Leftrightarrow 9 = \frac{1}{3} \times \overline{AB}^2 \times h$

o comprimento da altura é igual ao comprimento de uma aresta

$\Leftrightarrow 27 = \overline{AB}^3$

$\Leftrightarrow \overline{AB} = 3$

Assim $G(0,0,3)$ e $E(3,3,3)$

Como V está no centro da face $[DEFG]$

então $V\left(\frac{0+3}{2}, \frac{0+3}{2}, \frac{3+3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 3\right)$

17.2 $x = \frac{3}{2}$ $[AO]$; $[DG]$; $[EF]$ e $[BC]$

17.3 Plano mediador de $[VB]$. $V\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 3\right)$ $B(3,3,0)$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + (z-3)^2 = (x-3)^2 + (y-3)^2 + z^2$

$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 3x + \frac{9}{4} + \cancel{y^2} - 3y + \frac{9}{4} + \cancel{z^2} - 6z + \cancel{9} = \cancel{x^2} - 6x + \cancel{9} + \cancel{y^2} - 6y + 9 + \cancel{z^2}$

$\Leftrightarrow -3x + 6x - 3y + 6y - 6z + \frac{9}{2} - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 3x + 3y - 6z - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow 6x + 6y - 12z - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 6x + 6y - 12z - 9 = 0$

Como P pertence ao eixo Oz então as coordenadas de P são do tipo $(0,0,z)$.

P também pertence ao plano mediador de $[VB]$, então

$-12z - 9 = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{3}{4}$, logo $P\left(0,0,-\frac{3}{4}\right)$

17.4) DFC é o plano mediador de, por exemplo, [OB]

$O(0,0,0)$ $B(3,3,0)$

Seja $R(x,y,z)$ um ponto do plano mediador de [OB]

$$x^2+y^2+\cancel{z^2}=(x-3)^2+(y-3)^2+\cancel{z^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+\cancel{y^2}=\cancel{x^2}-6x+9+\cancel{y^2}-6y+9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x+6y=18$$

$$\Leftrightarrow x+y=3$$