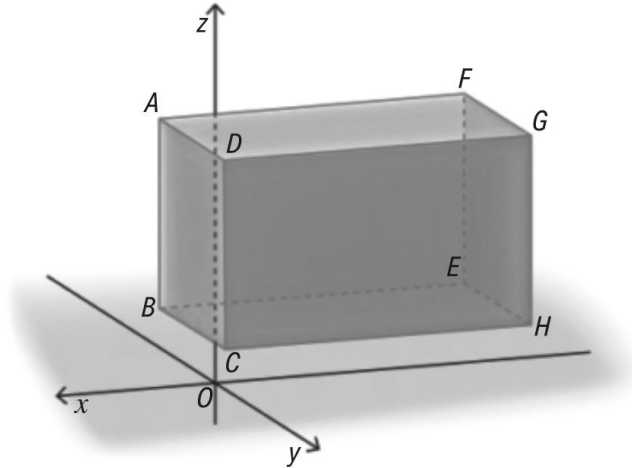




1. Na figura está representado, num referencial cartesiano $Oxyz$, um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.



Sabe-se que:

- as arestas são estritamente paralelas aos eixos;
- as faces $[ABCD]$ e $[EFGH]$ são quadrados;
- as coordenadas dos vértices E e D são $(-3, 3, 2)$ e $(2, 6, 5)$, respetivamente.

1.1. Escreva as coordenadas dos outros vértices.

1.2. Defina por uma condição os planos que contém as faces:

- $[ABCD]$
- $[CDGH]$
- $[BCHE]$
- $[EFGH]$
- $[ABEF]$
- $[ADGF]$

1.3. Defina por uma condição a reta que contém a aresta:

- $[AB]$
- $[CH]$
- $[FG]$

1.4. Seja P um ponto que pertence à aresta $[DG]$.

Considere a pirâmide $[ABCDP]$

Determine as coordenadas de P sabendo que o volume da pirâmide $[ABCDP]$ é um quinto do volume do prisma $[ABCDEFGH]$

2. Considere o ponto $A(-1,3,5)$.

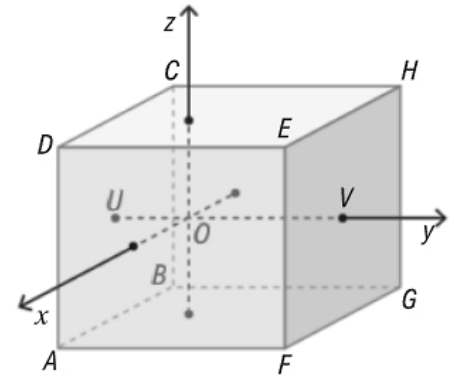
2.1. Escreva uma condição do plano paralelo ao plano Oxz e que passa em A .

2.2. Escreva uma condição da reta paralela ao eixo Oy e que passa em A .

3. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- os pontos U e V , centros das bases do prisma, pertencem ao eixo Oy ;
- a reta DC pode ser definida pela condição $y = -4 \wedge z = 5$;
- o ponto F pertence ao plano de equação $y = 8$.



3.1. Determine as coordenadas dos vértices do prisma.

3.2. Defina por uma condição:

- a) a aresta $[EF]$;
- b) a face $[DCEH]$.

3.3. Determine a área da pirâmide $[ABCDV]$.

4. Qual das condições seguintes define, num referencial o.n. $Oxyz$, uma reta paralela ao eixo Ox ?

- (A) $x = 1 \wedge y = 3$ (B) $y = -3 \wedge z = 0$ (C) $x = 3$ (D) $x = 1 \wedge y = 2 \wedge z = 3$

5. Escreva uma equação cartesiana do plano:

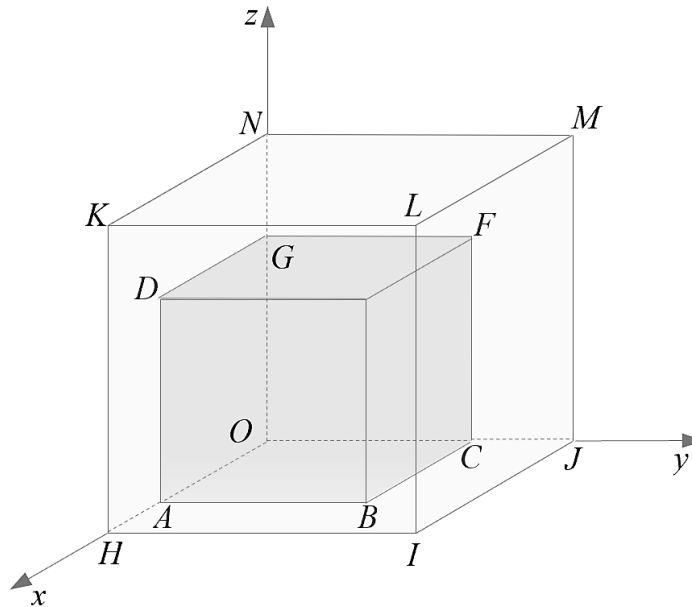
5.1. Paralela ao plano Oxy e que passa por $(2, 3, 4)$.

5.2. Perpendicular ao eixo Ox e que passa por $(1, -2, 0)$.

5.3. Paralelo ao plano de equação $y = -1$ e que contém a origem do referencial.

6. Determine o valor de a e b de modo que o ponto P de coordenadas $(2, a + 3, 2b)$ pertença ao plano Oxy e ao plano de equação $y = 4$.

7. No referencial o. n. $Oxyz$ da figura, encontram-se representados dois cubos.



Sabe-se que:

- os vértices A, H, C, J, G e N pertencem aos semieixos positivos do referencial;
- as faces $[ABCO]$ e $[HIJO]$ estão contidas no plano Oxy ;
- $d(A, H) = \frac{d(O, H)}{3}$

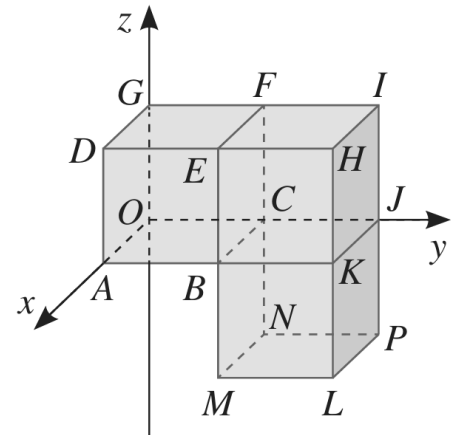
7.1. Prove que, para quaisquer cubos nas condições enunciadas, a razão entre o volume do cubo maior e o volume do cubo menor é igual a $\frac{27}{8}$.

7.2. Considere que $d(O, H) = 6$.

Escreva uma condição que defina:

- o plano LIJ ;
- a reta AB .

8. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura, estão representados três cubos geometricamente iguais.



Sabe-se que:

- as faces $[BCFE]$ e $[BKJC]$ são comuns a dois dos cubos;
- o retângulo $[HLPT]$ está contido no plano de equação $y = 10$;
- o retângulo $[OJIG]$ está contido no plano Oyz .

8.1. Indique as coordenadas dos vértices do cubo $[ABCDEFGH]$.

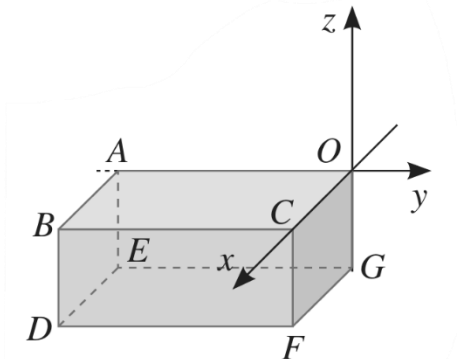
8.2. Identifique o ponto de coordenadas $(5, 10, -5)$.

8.3. Escreva uma equação cartesiana dos planos:

- BEF
- DHI
- ABD

8.4. Identifique os pontos que pertencem, simultaneamente, ao plano Oxy e ao plano de equação $x = 5$.

9. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura está representado um paralelepípedo em que um dos vértices é a origem do referencial, a base $[OABC]$ está contida no plano Oxy e $D(3, -4, -2)$.



9.1. Indique as coordenadas dos outros vértices do prisma.

9.2. Escreva uma equação cartesiana dos planos:

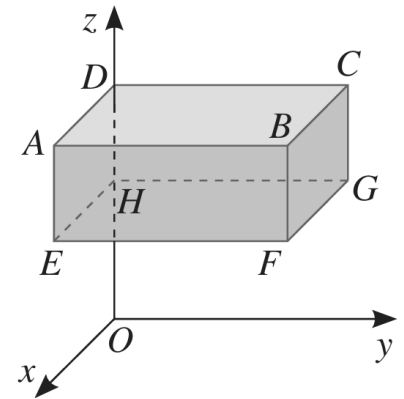
- ABC
- BDF
- ABD

9.3. Identifique , utilizando as letras da figura, a interseção dos planos de equação $x = 3$ e $z = -2$.

10. No referencial o.n. $Oxyz$ está representado um paralelepípedo de faces paralelas aos planos coordenados.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 5$ e $\overline{AE} = 3$;
- $D(0, 0, 7)$.

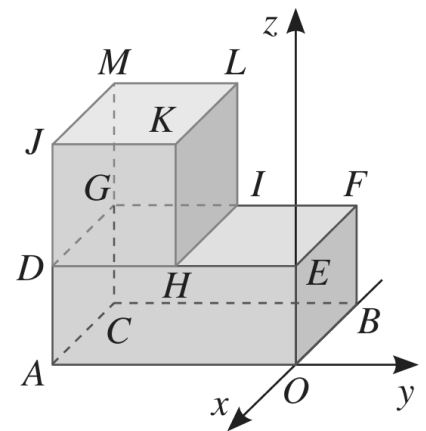


- 10.1. Identifique as coordenadas dos vértices do paralelepípedo.
- 10.2. Identifique o conjunto de pontos definidos pelas condições:
- $x = 5$
 - $x = 5 \wedge z = 7$
 - $x = 0 \wedge y = 7$
 - $y = 7 \wedge z = 4$
 - $x = 0 \wedge y = 7 \wedge z = 4$

11. Na figura estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo $[AOBCDEFG]$ e um cubo $[DHIGJKLM]$.

Sabe-se que:

- $\overline{DE} = 2\overline{DH}$;
- as faces $[AOBC]$ e $[AOED]$ pertencem aos planos Oxy e Oyz , respetivamente;
- a face $[DGHI]$ está contida no plano DEF ;
- os pontos H e I pertencem às arestas $[DE]$ e $[GF]$, respetivamente;
- $H\left(0, -4, \frac{7}{2}\right)$.



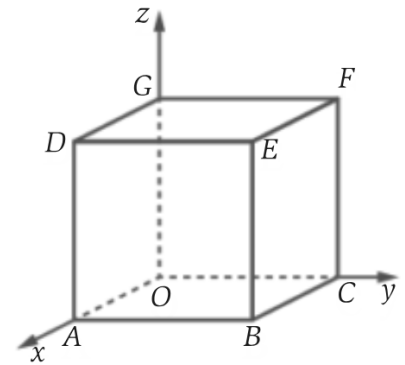
- 11.1. Escreva uma equação cartesiana do plano que contém a face $[JKLM]$.
- 11.2. Identifique, utilizando letras da figura, a reta definida por:

$$y = -8 \wedge z = \frac{7}{2}$$

- 11.3. Escreva uma condição que defina a aresta $[LI]$.
- 11.4. Escreva uma condição que defina o quadrado $[JKLM]$.

12. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGG]$, de aresta 5 unidades.

As arestas $[OA]$, $[OC]$ e $[OG]$ estão contidas nos semieixos positivos Ox , Oy e Oz , respetivamente.



12.1. Escreva as coordenadas dos vértices do cubo.

12.2. Defina por uma condição:

- a) os planos ADB , GDE e BCE ;
- b) as retas AD , DE e BC ;
- c) a aresta $[BE]$;
- d) a face $[ABCO]$.

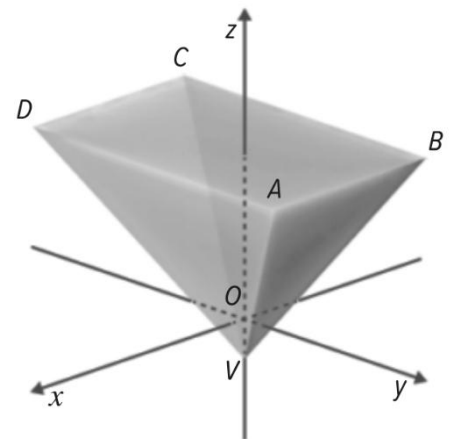
12.3. Determine uma equação do plano mediador de $[AF]$.

Quais são as coordenadas do ponto da reta DG , que pertence a esse plano?

13. No referencial o.n. $Oxyz$, está representada a pirâmide $[ABCDV]$, cuja base é um plano paralelo ao plano Oxy .

Sabe-se que:

- $V(0, 0, -1)$, $A(2, 3, 4)$ e $C(-3, -5, 4)$;
- a reta CD é paralela ao eixo Ox .



13.1. Indique as coordenadas dos vértices B e D da pirâmide.

13.2. Indique as coordenadas da projeção ortogonal do:

- a) ponto V sobre o plano Oxy ;
- b) ponto C sobre o plano Oyz ;
- c) ponto D sobre o plano Oxz .

13.3. Escreva uma condição do plano que contém a base da pirâmide.

14. Em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, considere o ponto P cujas as coordenadas são do tipo $(k-2, -1, 5-3k)$, com $k \in \mathbb{R}$.

14.1. Indique o octante a que pertence o ponto se $k = -2$.

14.2. Determine para que valores de k o ponto P pertence ao 7.º octante.

15. Num referencial o.n. $Oxyz$ está representado o ponto $Q(2-a, a, a-3)$. A que octante pode pertencer o ponto Q se a cota for igual a metade do produto da ordenada pela abcissa?