



1. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy , o losango $[ABCD]$.

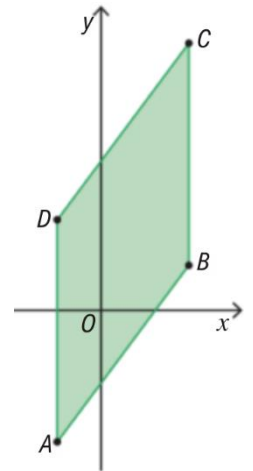
Sabe-se que:

- B e D têm coordenadas $(4, 2)$ e $(-2, 4)$, respetivamente;
- a reta AD é paralela ao eixo Oy .

1.1. Determine a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[DB]$.

1.2. Determine as coordenadas dos pontos A e C .

1.3. Mostre que a medida da altura do paralelogramo $[ABCD]$ relativamente à base $[AB]$ é igual a 6.



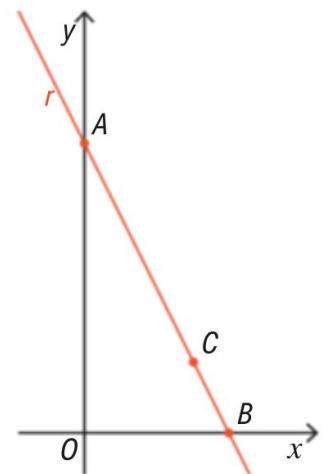
2. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , uma reta r e três pontos, A , B e C , que lhe pertencem.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Oy e tem ordenada 8;
- o ponto B pertence ao eixo Ox ;
- o ponto C tem coordenadas $(3, 2)$.

2.1. Mostre que o ponto B tem coordenadas $(4, 0)$.

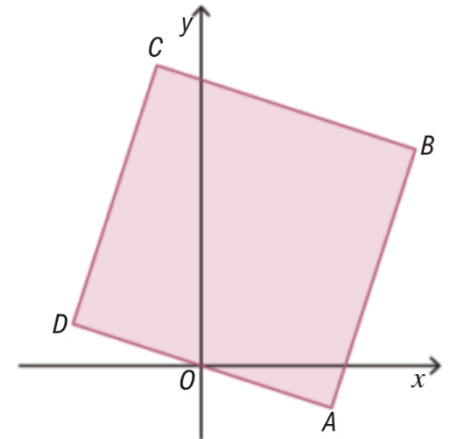
2.2. Determine a equação reduzida da reta perpendicular a $[AB]$ e que passa no ponto de coordenadas $(2, 4)$.



3. No referencial o.n. Oxy da figura, está representado o losango $[ABCD]$

Sabe-se que:

- os pontos A e C têm coordenadas $(3, -1)$ e $(-1, 7)$, respetivamente;
- o ponto B pertence à bissetriz dos ímpares.



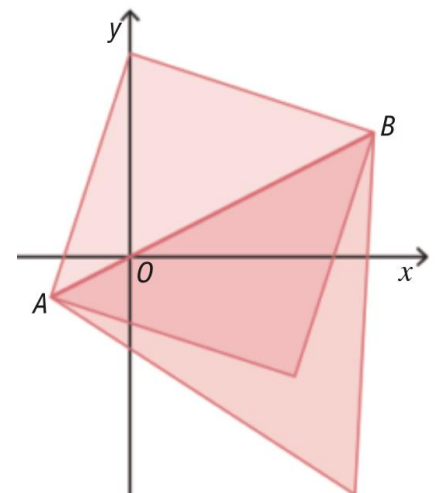
3.1. Determine uma equação da mediatriz do segmento de reta $[AC]$.

3.2. Determine as coordenadas do ponto B .

3.3. Mostre que o losango é um quadrado.

4. No referencial o.n. Oxy , da figura, estão representados os pontos $A(-2, -1)$ e $B(6, 3)$.

Sabe-se que $[ABC]$ é um triângulo isósceles em que $\overline{AC} = \overline{BC}$.



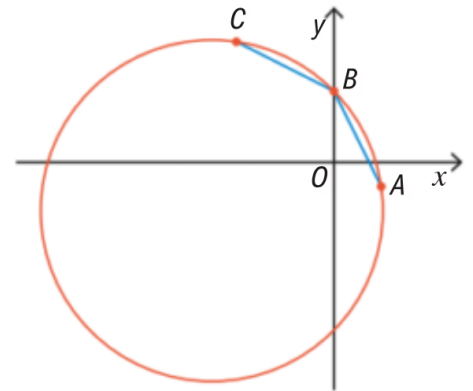
4.1. Determine a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

4.2. Determine as coordenadas do ponto C sabendo que:

- pertence ao eixo Oy ;
- tem ordenada -3 .

4.3. Determine a área do triângulo $[ABC]$, sabendo que C pertence à bissetriz dos quadrantes pares.

5. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , a circunferência que passa nos pontos A , B e C de coordenadas $(2, -1)$, $(0, 3)$ e $(-4, 5)$, respetivamente.



5.1. Determine a equação reduzida da mediatriz da corda:

- a) $[AB]$;
- b) $[BC]$.

5.2. Determine as coordenadas do centro da circunferência representada.

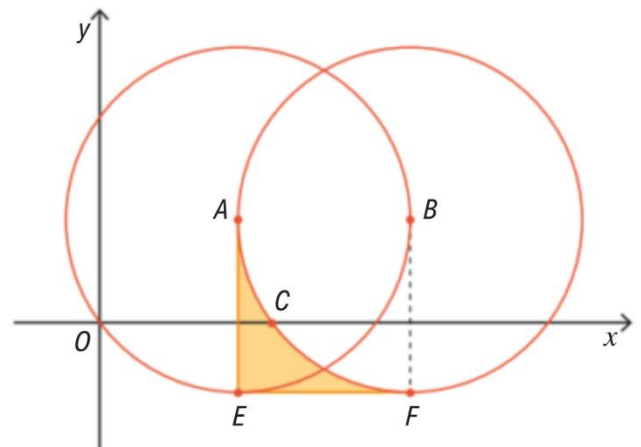
5.3. Seja M o ponto médio de $[AB]$.

Determine a equação reduzida da circunferência cujo centro é um ponto do eixo Ox e tangente à reta AB no ponto M .

6. Na figura estão representadas, num referencial o.n. Oxy , duas circunferências com igual raio cujos centros são os pontos A e B .

Sabe-se que:

- a circunferência de centro A passa no ponto B e pode ser definida pela equação $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$;
- os pontos A e B têm a mesma ordenada;
- C é o ponto de interseção da circunferência de centro B com o eixo Ox e que tem abcissa menor que a abcissa de B ;
- E e F são pontos das circunferências, com ordenada negativa e com as mesmas abcissas dos pontos A e B , respetivamente.



6.1. Determine as coordenadas dos pontos E e F .

6.2. Verifique a abcissa de C é igual ao raio das circunferências.

6.3. Determine o valor exato da região colorida da figura.

7. Considere num referencial o.n. Oxy , as circunferências:

- C_1 , de centro no ponto A e raio r_1 , definida pela equação $(x+6)^2 + (y-1)^2 = 5$;
- C_2 , de centro no ponto B e raio r_2 , definida pela equação $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 20$
- C_3 , de diâmetro $[AB]$.

7.1. Determine a equação reduzida da reta AB .

7.2. Determine a distância entre A e B e verifique se as circunferências C_1 e C_2 se intersectam.

7.3. Determine a equação reduzida da circunferência C_3 .

7.4. Mostre que o centro da circunferência C_3 pertence à circunferência C_2 .

8. Num plano munido de um referencial o.n. Oxy , considere duas circunferências, C_1 e C_2 de centros A e B , respetivamente.

Sabe-se que:

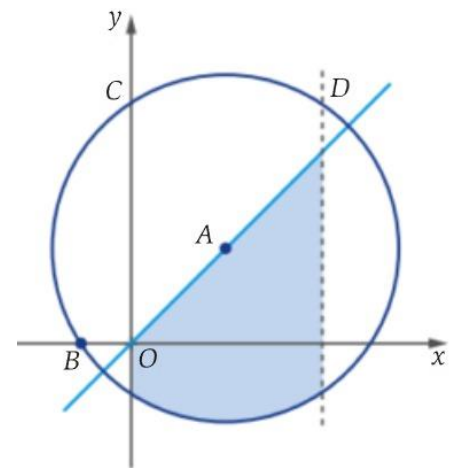
- C_1 fica definida pela equação reduzida $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 13$;
- C_2 fica definida pela equação $x(x+6) + y^2 = 16$.

8.1. Justifique que o ponto $C(1, 3)$ é um ponto de interseção das duas circunferências.

8.2. Seja $P(x, y)$ um ponto da mediatriz de $[AB]$. Prove que $x + y = 3$.

9. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , uma circunferência centrada em A , de raio $\sqrt{13}$ e que contém o ponto B . Sabe-se que:

- o ponto A pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares;
- $B(-1, 0)$;
- o ponto C pertence ao eixo Oy e à circunferência;
- o ponto D pertence à circunferência e tem a mesma ordenada que o ponto C .



9.1. Mostre que uma equação da circunferência é $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 13$.

9.2. Mostre que as coordenadas do ponto D são $(4, 5)$.

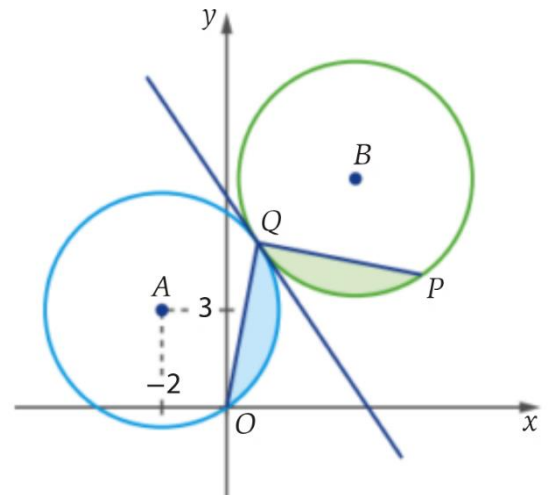
9.3. Determine uma equação da mediatriz do segmento de reta $[AD]$, apresentando-a na forma $y = mx + b$, com $m, b \in \mathbb{R}$.

9.4. Seja $P(a, a^2 + 4a)$, com $a \in \mathbb{R}$, um ponto do segundo quadrante pertencente à reta CD . Mostre que P pertence à bissetriz dos quadrantes pares.

10. Na figura estão representadas, num referencial o.n. Oxy , a reta r e duas circunferências, uma centrada no ponto A e que contém a origem, O , e outra, de equação $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 13$, centrada em B .

Sabe-se que:

- $A(-2, 3)$;
- o ponto Q pertence às duas circunferências e tem ordenada 5 ;
- o ponto P pertence à circunferência centrada em B e tem abcissa 6 ;
- a reta r é tangente às duas circunferências no ponto Q .



10.1. Escreva uma condição que defina a circunferência centrada em A e mostra que a abcissa do ponto Q é 1.

10.2. Justifique que $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ e escreva uma equação da reta r , apresentando-a na forma $y = mx + b$, com $m, b \in \mathbb{R}$.

10.3. Mostre que o triângulo $[AOQ]$ é retângulo em A e, usando este facto, determine o valor exato da área da região sombreada a azul.

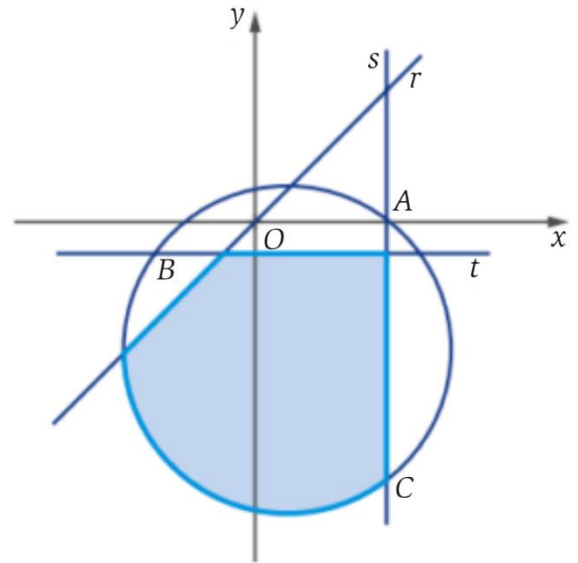
10.4. Mostre que as coordenadas de P são $(6, 4)$ e justifique que as áreas das regiões sombreadas a azul e verde são iguais.

11. Num plano munido de um referencial o.n. Oxy , considere os pontos $A(6, -1)$, $B(3, 2)$ e $C(-1, 4)$. Escreva uma equação da circunferência que contém os pontos A , B e C .

12. Na figura estão representadas, num referencial o.n. Oxy , as retas r , s e t e a circunferência definida pela equação $2x^2 + 2y^2 - 4x + 16y - 16 = 0$.

Sabe-se que:

- a reta r é a bissetriz dos quadrantes ímpares;
- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox , à circunferência e à reta s ;
- o ponto B pertence à circunferência e à reta t , tem abcissa -3 e a sua ordenada é maior que a ordenada do centro da circunferência;
- o ponto C pertence à circunferência e à reta s ;
- a reta t é paralela ao eixo Ox e a reta s é paralela ao eixo Oy .



- 12.1. Mostre que as coordenadas do centro da circunferência são $(1, -4)$ e que o seu raio é 5.
- 12.2. Determine as coordenadas do ponto A e mostre que as coordenadas dos pontos B e C são, respetivamente, $(-3, -1)$ e $(4, -8)$.
- 12.3. Determine uma equação da mediatriz do segmento de reta $[BC]$, apresentando-a na forma $y = mx + b$, com $m, b \in \mathbb{R}$.
- 12.4. Seja P um ponto do plano cuja abcissa excede em duas unidades o dobro da ordenada. Determine as coordenadas do ponto P de modo que $d(P, C) = 9$

13. Considere, num referencial o.n. Oxy , os pontos A e B do 1.º quadrante, em que:
- a ordenada do ponto A é o dobro da sua abcissa;
 - a bissetriz dos quadrantes ímpares é a mediatriz de $[AB]$;
 - $\overline{AB} = 4$.

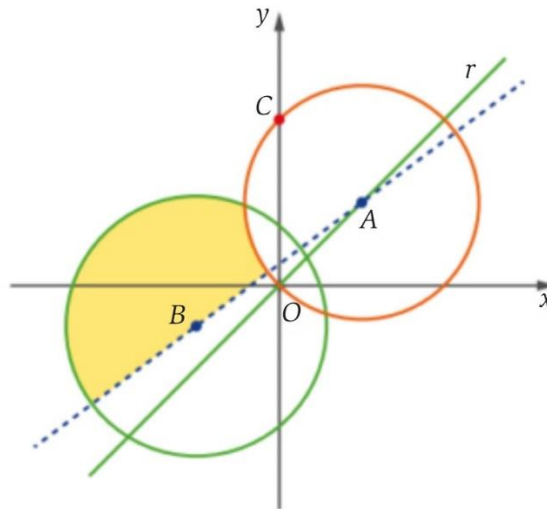
Determine as coordenadas de A e B .

14. Num referencial o.n. Oxy , considere os pontos A e B de coordenadas $(1, 1)$ e $(-2, 4)$, respetivamente, e a circunferência de equação $x^2 + (y - 2)^2 = 13$.

A mediatriz do segmento de reta $[AB]$ intersesta a circunferência em dois pontos, P e Q .

Qual é o valor de $d(P, Q)$?

15. Na figura, estão representados, num referencial o.n. Oxy , duas circunferências, a reta r , bissetriz dos quadrantes ímpares, e a reta AB , a tracejado.



Sabe-se que:

- uma das circunferências está centrada no ponto A e contém a origem do referencial;
- a outra circunferência está centrada no ponto B e é definida pela equação $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 10$;
- o ponto A está no primeiro quadrante e na reta r ;
- o ponto C pertence à circunferência centrada em A e ao semieixo positivo Oy ;
- $\overline{AO} = 2\sqrt{2}$.

15.1. Mostre que as coordenadas do ponto A são $(2, 2)$ e escreva uma equação da circunferência centrada nesse ponto.

15.2. Mostre que as coordenadas do ponto C são $(0, 4)$.

15.3. Seja s a mediatriz do segmento de reta $[BC]$.

- Mostre que uma equação da reta s é $10y + 4x = 11$.
- Determine os valores reais de a de modo que o ponto de coordenadas $\left(2a^2 + \frac{3}{4}, a+1\right)$ pertença à reta s .

16. Num referencial o.n. Oxy , estão representados o segmento de reta $[AO]$ e uma circunferência de centro $C(0,2)$ e que passa em $A(-2,2)$.

16.1. Seja P o perímetro da região sombreada.

Mostre que $5,9 < P < 6$.

16.2. Mostre que a medida da área da região sombreada é igual a $(\pi - 2)$.

