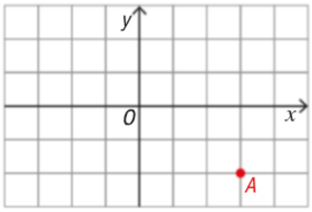
1. No referencial cartesiano o.n. da figura, Oxy, está representado o ponto A de coordenadas $(3,-2)$.



Os pontos B e C são os transformados de A por uma reflexão de eixo $x=1$ e por uma reflexão de eixo $y=-1$, respetivamente.

1.1. Indique as coordenadas de B e C.

B é o transformado de A pela reflexão do eixo $x=1$, então o valor da ordenada y não se altera.

Assim, $B(-1,-2)$

C é o transformado de A pela reflexão do eixo $y=-1$, então o valor da abcissa x não se altera.

Assim, $C(3,0)$

1.2. Determine o ponto médio do segmento de reta $[BC]$.

Seja M o ponto médio de $[BC]$

$$M=\left(\frac{-1+3}{2},\frac{-2+0}{2}\right)=(1,-1)$$

1.3. Determine o perímetro do triângulo $[OBC]$.

Apresente o resultado na forma $a+b\sqrt{c}$, com a,b e c números reais.

Comecemos por determina o comprimento dos três lados do triângulo, isto é, $d(O,B)$, $d(O,C)$ e $d(B,C)$.

$$d(O,B)=\sqrt{(0+1)^2+(0+2)^2}=\sqrt{5}$$

$$d(O,C)=\sqrt{(0-3)^2+(0-0)^2}=3$$

$$d(B,C)=\sqrt{(-1-3)^2+(-2+0)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

Assim, o perímetro do triângulo $[OBC]$ é:

$$P_{[OBC]}=\sqrt{5}+3+2\sqrt{5}=3+3\sqrt{5}$$

2. Num referencial cartesiano o.n. Oxy, considere o ponto P de coordenadas $(-2,1)$.

Sejam os pontos Q e R obtidos pela transformação do ponto P por uma meia volta de centro na origem e por uma reflexão de eixo $y=-1$, respetivamente.

2.1. As coordenadas dos pontos Q e R são:

(A) $Q(2,1)$ e $R(-2,0)$ (B) $Q(2,-1)$ e $R(-2,-3)$

(C) $Q(-2,-1)$ e $R(2,-3)$ (D) $Q(-2,1)$ e $R(-2,0)$

Q é a transformação de P por uma meia volta em torno da origem, significa que é simétrico em relação à origem do referencial.

Assim, $Q(2,-1)$

R é a transformação de P por uma reflexão de eixo $y=-1$, significa que o valor da abcissa não se altera e o valor da ordenada é simétrico em relação à reta.

Assim, $R(-2,-3)$

OPÇÃO: B

2.2. Prove que o triângulo $[PQR]$ é isósceles.

O triângulo é isósceles se, pelo menos, o comprimento de dois dos segmentos forem iguais.

$$d(P,Q)=\sqrt{(-2-2)^2+(1+1)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

$$d(P,R)=\sqrt{(-2+2)^2+(1+3)^2}=\sqrt{16}=4$$

$$d(R,Q)=\sqrt{(2+2)^2+(-1+3)^3}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

Como $\overline{PQ}=\overline{QR}$ o triângulo é isósceles.

2.3. Determine a área do triângulo $[PQR]$.

Como o triângulo é isósceles, vamos considerar $[PR]$ a base do triângulo. A altura do triângulo é igual ao segmento de reta $[QM]$ sendo M o ponto médio de $[PR]$

$$M\left(\frac{-2-2}{2},\frac{1-3}{2}\right)=(-2,-1)$$

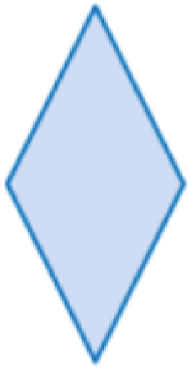
$$A_{[PQR]}=\frac{\overline{PR}\times\overline{QM}}{2}$$

$$\overline{PR}=4$$

$$\overline{QM}=\sqrt{(-2-2)^2+(-1+1)^2}=\sqrt{16}=4$$

$$\therefore\ A_{[PQR]}=\frac{4\times 4}{2}=8 \text{ u.a.}$$

3. Considere, num plano munido de um referencial cartesiano, Oxy, um losango de vértices A, B, C e D.



Sabe-se que:

- o perímetro do losango $[ABCD]$ é 12;
- B e D pertencem ao eixo Oy e são simétricos relativamente à reta de equação $y=-1$;
- a abcissa do ponto A é -1.

3.1. Indique as coordenadas dos ponto A e C.

Como B e D são simétricos em relação à reta $y=-1$, então os pontos A e C têm ordenada -1

Portanto as coordenadas dos pontos são $A(-1,-1)$ e $C(1,-1)$

3.2. Determine as coordenadas de B e D.

Como os pontos B e D pertencem ao eixo Oy, são do tipo $(0,y)$

Sabemos que o perímetro do losango é 12, logo $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=3$

$$d(A,B)=3 \Leftrightarrow \sqrt{(0-(-1))^2+(y-(-1))^2}=3 \Leftrightarrow \sqrt{1+(y+1)^2}=3 \Leftrightarrow 1+(y+1)^2=9 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (y+1)^2=8 \Leftrightarrow y+1=\pm\sqrt{8} \Leftrightarrow y=-1-2\sqrt{2} \vee y=-1+2\sqrt{2}$$

$$\therefore B\left(0,-1-2\sqrt{2}\right) \text{ e } D\left(0,-1+2\sqrt{2}\right)$$

3.3. Determine uma equação da reta vertical que passa no ponto médio do segmento de reta $[AB]$.

$A(-1,-1)$ e $B\left(0,-1-2\sqrt{2}\right)$

Seja M o ponto médio de $[AB]$

$$M\left(\frac{-1+0}{2},\frac{-1-1-2\sqrt{2}}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2},-1-\sqrt{2}\right)$$

Portanto a reta vertical que passa no meio de $[AB]$ é $x=-\frac{1}{2}$

4. Considere, num referencial o.n. Oxy, os pontos $A(0,k)$, $B(k,2k)$ e $C(2k,3)$, com $k \in IR$.

Determine o valor de k, sabendo que B é o ponto médio de [AC].

$$\left(\frac{0+2k}{2},\frac{k+3}{2}\right)=(k,2k) \Leftrightarrow \left(k,\frac{k+3}{2}\right)=(k,2k) \Leftrightarrow \begin{cases} k=k \\ \dfrac{k+3}{2}=2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=k \\ k+3=4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=k \\ -3k=-3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1=1 \\ k=1 \end{cases}$$

$\therefore k=1$

5. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado, o quadrilátero [$ABCD$] cujos vértices são os pontos de coordenadas $A(4,2)$, $B(-4,2)$, $C(-5,-2)$ e $D(5,-2)$.

5.1. Classifique o quadrilátero [$ABCD$]

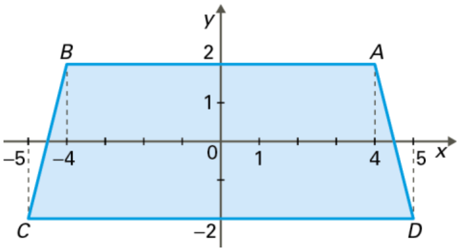
$$d(A,B)=\sqrt{(4+4)^2+(2-2)^2}=\sqrt{64}=8$$

$$d(B,C)=\sqrt{(-4+5)^2+(2+2)^2}=\sqrt{17}$$

$$d(C,D)=\sqrt{(-5-5)^2+(-2+2)^2}=\sqrt{100}=10$$

$$d(D,A)=\sqrt{(5-4)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{17}$$

Portanto o quadrilátero é um trapézio isósceles.



5.2. Determine a área e o perímetro do quadrilátero [$ABCD$].

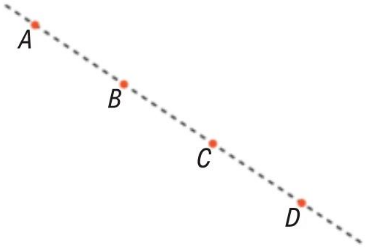
$$A_{[ABCD]}=\frac{\overline{CD}+\overline{AB}}{2}\times h$$

$$h=|y_A-y_D|=|2-(-2)|=4$$

$$A_{[ABCD]}=\frac{10+8}{2}\times 4=36$$

$$P_{[ABCD]}=\overline{AB}+\underbrace{2\times\overline{BC}}_{\text{É um trapézio isósceles}}+\overline{CD}=8+2\sqrt{17}+10=18+2\sqrt{17}$$

6. Num plano munido de um referencial cartesiano Oxy, considere os pontos A, B, C e D.



Sabe-se que:

- A tem abcissa -2;
- B tem ordenada 1;
- D tem coordenadas $(7,-3)$;
- B é o ponto médio de $[AC]$ e C é o ponto médio de $[BD]$

Determine as coordenadas dos pontos A, B e C.

$A(-2,y_A)$, $B(x_B,1)$, $C(x_C,y_C)$ e $D(7,-3)$

B é o ponto médio de $[AC]$ então $\begin{cases} \frac{-2+x_C}{2}=x_B \\ \frac{y_A+y_C}{2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2+x_C=2x_B \\ y_A+y_C=2 \end{cases}$

C é o ponto médio de $[BD]$ então $\begin{cases} \frac{x_B+7}{2}=x_C \\ \frac{1-3}{2}=y_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B+7=2x_C \\ y_C=-1 \end{cases}$

Assim,

$$\begin{cases} -2+x_C=2x_B \\ x_B+7=2x_C \\ y_A-1=2 \\ y_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2+x_C=2x_B \\ x_B=2x_C-7 \\ y_A=3 \\ y_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2+x_C=2(2x_C-7) \\ x_B=2x_C-7 \\ y_A=3 \\ y_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C-4x_C=-14+2 \\ x_B=2x_C-7 \\ y_A=3 \\ y_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C=4 \\ x_B=2x_C-7 \\ y_A=3 \\ y_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C=4 \\ x_B=8-7 \\ y_A=3 \\ y_C=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C=4 \\ x_B=1 \\ y_A=3 \\ y_C=-1 \end{cases}$$

$\therefore A(-2,3), B(1,1)$ e $C(4,-1)$

7. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado, os pontos $A(3,\ 8)$, $B(3,4)$ e $C(8,6)$.

7.1. Classifique o triângulo [*ABC*] quanto à medida do comprimento dos lados.

$d(A,B)=\sqrt{(3-3)^2+(8-4)^2}=\sqrt{16}=4$

$d(A,C)=\sqrt{(3-8)^2+(8-6)^2}=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$

$d(B,C)=\sqrt{(3-8)^2+(4-6)^2}=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$

Logo o triângulo [*ABC*] é isósceles.

7.2. Determine o valor exato do comprimento do segmento de reta [*DE*], sendo:

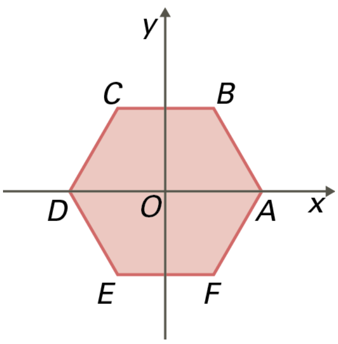
- *D* o ponto médio do segmento [*AB*];
- *E* o ponto médio do segmento [*AC*].

Apresente o valor pedido com denominador racional.

$D\left(\frac{3+3}{2},\frac{8+4}{2}\right)=(3,6)$ e $E\left(\frac{3+8}{2},\frac{8+6}{2}\right)=\left(\frac{11}{2},7\right)$

$$d(D,E)=\sqrt{\left(3-\frac{11}{2}\right)^2+(6-7)^2}=\sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2+1}=\sqrt{\frac{25}{4}+1}=\sqrt{\frac{29}{4}}=\frac{\sqrt{29}}{2}$$

8. Considere, num plano munido de um referencial ortonormado, o hexágono regular [*ABCDEF*], do qual a origem do referencial é o seu centro. Sabe-se ainda que dois dos seus vértices estão sobre o eixo das abcissas.
Determine as coordenadas de todos os vértices do hexágono, admitindo que a medida de comprimento do seu lado é igual a 4 unidades.



Sabemos que:

- como o hexágono é regular, os triângulos que o compõem são equiláteros, então $\overline{OA}=4$ e $\overline{OD}=4$
- *O* é o centro do hexágono e é a origem do referencial, e $\overline{CB}=4$ e $\overline{EF}=4$

Então, $A(4,0)$, $D(-4,0)$, $B(2,y_B)$, $C(-2,y_C)$, $E(-2,y_E)$ e $F(2,y_F)$

$$d(A,B)=4\Leftrightarrow\sqrt{(4-2)^2+(0-y_B)^2}=4\Leftrightarrow\sqrt{4+y_B^2}=4\Leftrightarrow 4+y_B^2=16\Leftrightarrow y_B^2=12\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow y_B=\pm\sqrt{12}\underset{y_B>0}{\Leftrightarrow} y_B=2\sqrt{3}$$

Temos ainda que o ponto *C* tem a mesma ordenada de *B* e, *E* e *F* tem ordenadas simétricas em relação ao eixo das abcissas.

$\therefore\ A(4,0)$, $B\left(2,2\sqrt{3}\right)$, $C\left(-2,2\sqrt{3}\right)$, $D(-4,0)$, $E\left(-2,-2\sqrt{3}\right)$ e $F\left(2,-2\sqrt{3}\right)$

9. Dados pontos A e B de um plano munido de um referencial cartesiano ortonormado e dado M o ponto médio de $[AB]$, indique o valor lógico das seguintes afirmações:

(A) Se A e B têm a mesma abcissa x_1 então M tem ordenada x_1.

$$M\left(\frac{x_1+x_1}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)=\left(x_1,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Se A e B têm a mesma abcissa x_1 então M tem a mesma abcissa x_1.

Falsa

(B) Se A e B têm abcissas simétricas então M pertence ao eixo Ox.

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)\underset{x_B=-x_A}{=}\left(\frac{x_A-x_A}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)=\left(0,\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

Se A e B têm abcissas simétricas então M pertence ao eixo Oy.

Falsa

(C) Se $A\,(c\,,d\,)$ e $B\,(d\,,c\,)$ então M é um ponto cuja abcissa é igual à ordenada.

$$M\left(\frac{c+d}{2},\frac{d+c}{2}\right)=\left(\frac{c+d}{2},\frac{c+d}{2}\right)$$

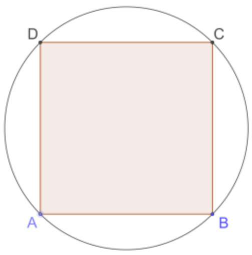
Verdadeira

(D) Se A e B têm a mesma ordenada y_1 então a ordenada de M é y_1.

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_1+y_1}{2}\right)=\left(\frac{x_A+x_A}{2},\frac{2y_1}{2}\right)=(0,y_1)$$

Verdadeira

10. Sabendo que a área do quadrado $[ABCD]$ é 36 cm², o raio do círculo circunscrito no quadrado é igual a:



(A) 18 cm (B) $2\sqrt{3}$ cm

(C) 6 cm (D) $3\sqrt{2}$ cm

$A_{[ABCD]}=36$ então $\overline{AB}=\overline{BC}=6$

$$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=36+36 \Leftrightarrow \overline{AC}^2=72 \Leftrightarrow \overline{AC}=\sqrt{72} \Leftrightarrow \overline{AC}=6\sqrt{2}$$

$$r=\frac{\overline{AC}}{2}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$$

OPÇÃO: D

11. Para cada uma das seguintes retas, escreva a equação reduzida.

11.1. Reta que tem declive 2 e passa no ponto $A(0,1)$.

$$y = mx + b$$

$$m = 2 \text{ e } b = 1$$

$$y = 2x + 1$$

11.2. Reta que tem declive 3 e passa no ponto $B(1,7)$.

$$m = 2 \text{ e } B(1,7)$$

$$y = 3x + b \Rightarrow 7 = 3 \times 1 + b \Leftrightarrow b = 4$$

$$y = 3x + 4$$

11.3. Reta que passa nos pontos $C(1,-3)$ e $D(-4,2)$.

$$m = \frac{2-(-3)}{-4-1} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$y = -x + b \Rightarrow -3 = -1 + b \Leftrightarrow b = -2$$

$$y = -x - 2$$

11.4. Reta que passa na origem e no ponto $E\left(\frac{2}{3},-2\right)$.

$$y = mx \Leftrightarrow m = \frac{y}{x} \Leftrightarrow m = \frac{-2}{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow m = -\frac{6}{2} \Leftrightarrow m = -3$$

$$y = -3x$$

11.5. Bissetriz dos quadrantes ímpares.

$$y = x$$

11.6. Bissetriz dos quadrantes pares.

$$y = -x$$

12. Considere, num referencia o.n. Oxy, os pontos $A(2,3)$, $B(-2,1)$ e $C(-4,5)$

Mostre que o triângulo $[ABC]$ é retângulo.

$$d(A,B) = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$$

$$d(A,C) = \sqrt{(-4-2)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$$

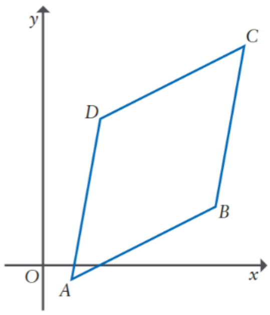
$$d(B,C) = \sqrt{(-4-(-2))^2 + (5-1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{40}\right)^2 = \left(\sqrt{20}\right)^2 + \left(\sqrt{20}\right)^2 \Leftrightarrow 40 = 20 + 20 \Leftrightarrow 40 = 40$$

Logo $[ABC]$ é um triângulo retângulo

13. Na figura ao lado está representado, num referencial o.n. Oxy, um quadrilátero $[ABCD]$.



Tem-se que as coordenadas dos quatro vértices são $A(2,-1)$; $B(12,4)$; $C(14,15)$; $D(4,10)$

13.1. Mostre que este quadrilátero é um losango.

O quadrilátero é um losango se os lados forem todos iguais.

$d(A,B) = \sqrt{(2-12)^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{100+25} = \sqrt{125} = 2\sqrt{5}$

$d(A,D) = \sqrt{(2-4)^2 + (-1-10)^2} = \sqrt{4+121} = \sqrt{125} = 2\sqrt{5}$

$d(B,C) = \sqrt{(12-14)^2 + (4-15)^2} = \sqrt{4+121} = \sqrt{125} = 2\sqrt{5}$

$d(C,D) = \sqrt{(14-4)^2 + (15-10)^2} = \sqrt{100+25} = \sqrt{125} = 2\sqrt{5}$

Logo o quadrilátero é um losango.

13.2. Determine a área do quadrilátero.

$A_{\text{losango}} = \dfrac{D \times d}{2}$, $D \rightarrow$ Diagonal maior , $d \rightarrow$ diagonal menor

$A_{\text{losango}} = \dfrac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2}$

$\overline{AC} = d(A,C) = \sqrt{(2-14)^2 + (-1-15)^2} = \sqrt{144+256} = \sqrt{400} = 20$

$\overline{BD} = d(B,D) = \sqrt{(12-4)^2 + (4-10)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

$A_{\text{losango}} = \dfrac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} = \dfrac{20 \times 10}{2} = \dfrac{200}{2} = 100$

14. Sejam, num referencial o.n. Oxy, dois pontos A e B.

Sabe-se que:

- a abcissa de B é igual à ordenada de A;
- a ordenada de B é igual ao triplo da abcissa de A;
- o ponto médio do segmento de reta $[AB]$ tem coordenadas $(4,9)$

Determine as coordenadas do ponto A.

$A(x_A, y_A)$ então $B(x_B = y_A, y_B = 3x_A)$

Ponto médio de $[AB]$:

$$\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)=(4,9) \Leftrightarrow \left(\frac{x_A+y_A}{2}, \frac{y_A+3x_A}{2}\right)=(4,9)$$

$$\begin{cases}\frac{x_A+y_A}{2}=4\\ \frac{y_A+3x_A}{2}=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_A+y_A=8\\ y_A+3x_A=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y_A=8-x_A\\ 8-x_A+3x_A=18\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-----\\ 2x_A=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y_A=8-5\\ x_A=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y_A=3\\ x_A=5\end{cases}$$

Logo, $A(5,3)$

15. Sejam P e Q dois pontos do plano e sejam a e b números reais. Sabe-se que as coordenadas de P são (a,b).

Quais são as coordenadas do ponto Q, se a distância de P a Q é dada por $\sqrt{(a-2)^2+(b+3)^2}$?

$$\sqrt{(x_P-x_Q)^2+(y_P-y_Q)^2} \quad \sqrt{(a-2)^2+(b+3)^2}$$

Então, $Q(2,-3)$

16. Considere, um plano o.n. Oxy e os pontos $A(-2,4)$, $B(4,-3)$ e $P(x,3)$ onde x é um número real.

Determine o valor de x sabendo que o ponto P é equidistante dos pontos A e B.

$$d(A,P)=d(B,P) \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(3-4)^2}=\sqrt{(x-4)^2+(3+3)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+4x+4+1=\cancel{x^2}-8x+16+36 \Leftrightarrow 4x+8x=52-5 \Leftrightarrow 12x=47 \Leftrightarrow x=\frac{47}{12}$$

17. Considere, num plano o.n. Oxy, a bissetriz do primeiro quadrante.
Sejam A e B os pontos dessa semirreta com abcissas 1 e 3, respetivamente.

17.1. Seja P um ponto pertencente à mediatriz do segmento de reta $[AB]$.
Sabe-se que a ordenada do ponto P é igual ao dobro da sua abcissa.
Determine as coordenadas do ponto P.

A bissetriz do 1.º Q, pode ser definida pela condição $y = x \wedge x \geq 0$

Assim, como A e B pertencem à semirreta, definida pela condição anterior, temos que, $A(1,1)$ e $B(3,3)$

Seja, $P(x,y)$ o ponto da bissteriz do segmento $[AB]$

$$d(P,A) = d(P,B) \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-3)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} - 2y + 1 = \cancel{x^2} - 6x + 9 + \cancel{y^2} - 6y + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2y + 6y = 2x - 6x - 2 + 18 \Leftrightarrow 4y = -4x + 16 \Leftrightarrow y = -x + 4$$

A ordenada de P é igual ao da sua abcissa, isto é, $y = 2x$

$$\text{Assim, } \begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 2x = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 3x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \times \frac{4}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Portanto, $P\left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

17.2. Considere, no mesmo referencial, os pontos C e D tais que:

- C é o ponto simétrico do ponto A em relação à origem do referencial;
- D é o ponto simétrico do ponto B em relação ao eixo Oy.

Como C é simétrico do ponto A em relação à origem do referencial, então $C(-1,-1)$

Como D é simétrico do ponto B em relação ao eixo Ox, então $D(-3,3)$

a) Determine a equação reduzida da reta AD.

$$y = mx + b$$

$$m = \frac{3-1}{-3-1} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + b \Rightarrow 1 = -\frac{1}{2} \times 1 + b \Leftrightarrow b = 1 + \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}$$

Assim, $AD : y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

b) Determine os valores de k para os quais o ponto Q de coordenadas (k, k^2) pertence à reta AD

$Q(k,k^2) \in AD$, então:

$$k^2 = -\frac{1}{2}k + \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2k^2 + k - 3 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{4} \Leftrightarrow k = -\frac{3}{2} \vee k = 1$$

c) Classifique o triângulo $[ACD]$ quanto ao comprimento e determine o valor exato da sua área.

$$\overline{AC} = \sqrt{(1+1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(1+3)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(-1+3)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Logo o triângulo $[ACD]$ é isósceles

Pelo Teorema de Pitágoras:

$$\left(2\sqrt{5}\right)^2 = h^2 + \left(\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}}\right)^2 \Leftrightarrow 4 \times 5 = h^2 + 2 \Leftrightarrow h^2 = 18 \underbrace{\Leftrightarrow}_{h>0} h = \sqrt{18} \Leftrightarrow h = 3\sqrt{2}$$

$$A_{\text{Triângulo}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 3 \times 2 = 6$$