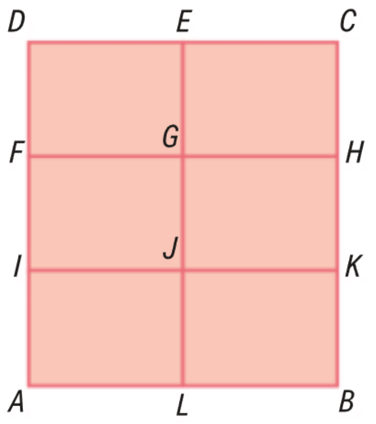
CÁLCULO VETORIAL	VETORES COORDENADAS DE UM VETOR OPERAÇÕES	GEOM

1. Na figura está representado o retângulo $[ABCD]$, o qual foi dividido em seis retângulos congruentes.



1.1. Complete de modo a obter proposições verdadeiras.

a) $A+\overrightarrow{FE}=.......$

b) $......+\overrightarrow{EH}=L$

c) $\overrightarrow{FJ}+\overrightarrow{LK}=.....$

d) $\overrightarrow{DC}+.....=\overrightarrow{IL}$

e) $\overrightarrow{AK}+.....=\overrightarrow{IC}$

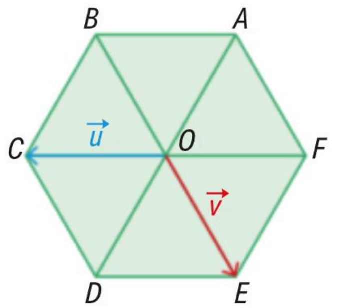
f) $\overrightarrow{IL}-.....=\overrightarrow{FE}$

1.2. Admita que $\left\|\overrightarrow{AI}\right\|=3$ e $\left\|\overrightarrow{AL}\right\|=4$. Determine:

a) $\left\|\overrightarrow{HF}\right\|$ b) $\left\|\overrightarrow{LI}\right\|$

c) $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$ d) $\left\|\overrightarrow{HC}-\overrightarrow{AH}\right\|$

2. Na figura está representado o hexágono regular $[ABCDEF]$ cujo centro é o ponto O. Sabe-se que $\vec{u}=\overrightarrow{OC}$ e $\vec{v}=\overrightarrow{OE}$.



Usando as operações adição de vetores e produto de um número real por um vetor, represente cada um dos seguintes vetores em função de $\vec{v}$ e $\vec{v}$.

2.1. $\overrightarrow{OD}$ 2.2. $\overrightarrow{AD}$

2.3. $\overrightarrow{EF}$ 2.4. $\overrightarrow{CF}$

3. Simplifique:

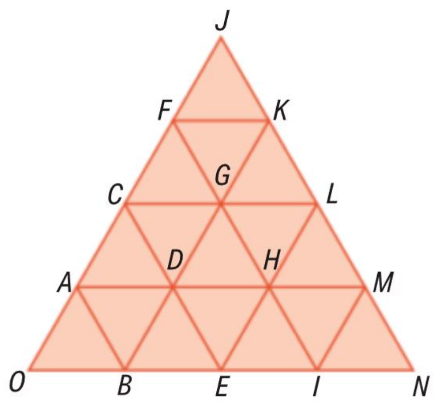
3.1. $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\vec{u}+\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\vec{v}+\frac{5}{6}\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

3.2. $-2\left(\vec{a}-\vec{b}\right)+2\vec{b}-\left(-\vec{a}+b\right)$

3.3. $-\frac{2}{3}\left(\vec{x}-3\vec{y}\right)-\frac{1}{3}\left(-9\vec{x}+\frac{3}{2}\vec{y}\right)$

3.4. $\frac{2}{5}\left(10\vec{a}-2\vec{b}\right)-\frac{3}{2}\left(-4\vec{a}+\frac{2}{15}\vec{b}\right)$

4. Na figura está representado o triângulo $[ONJ]$, decomposto em 16 triângulos equiláteros congruentes, cuja medida do lado é tomada por unidade.

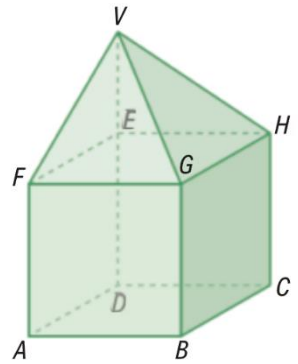


Considere os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ definidos por:

$$\vec{u} = \overrightarrow{BH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EJ} \text{ e } \vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{ON} + 2\overrightarrow{HG}$$

Determine o valor do número real k, sabendo que $\vec{u} = k\vec{v}$

5. Na figura, estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$ de aresta 3 e a pirâmide $[EFGHV]$ em que o vértice E pertence a $[DV]$.
Sabe-se que o volume do sólido formado pelo cubo e pela pirâmide é igual a 33.

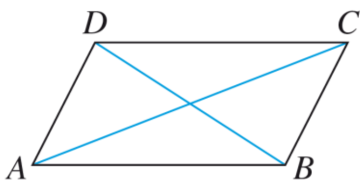


5.1. Mostre que $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{AD}$

5.2. Mostre que $\left\|\overrightarrow{EV}\right\| = 2$

5.3. Justifique que existe $k \in IR$ tal que $\overrightarrow{GB} = k\overrightarrow{EV}$ e determine o valor de k .

6. Mostre que as diagonais de um paralelogramo se bissetam.



Sugestão:

- prove que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AD}$;
- considere M e N pontos médios de $[AC]$ e $[BD]$, respetivamente, e prove que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM}$

7. Na figura, está representado um triângulo equilátero $[ABC]$.

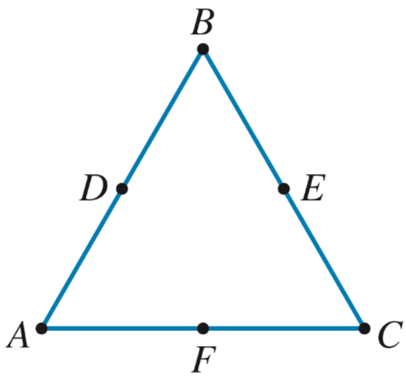
Os pontos D, E e F são os pontos médios dos lados do triângulo.

A área do triângulo $[ABC]$ é 16.

Sejam X, Y e Z três pontos.

Sabe-se que:

- $X = B - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$;
- $Y = C - \overrightarrow{DF} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FA}$;
- $Z = A - 2\left(\overrightarrow{CF} + \frac{3}{4}\overrightarrow{DF}\right)$.



Determine a área do triângulo $[XYZ]$.

8. Considere, num plano munido de um referencial cartesiano, os vetores $\vec{u}(-2,5)$ e $\vec{v}(3,-4)$.

Determine as coordenadas do vetor:

8.1. $\vec{w}$ tal que $\vec{w} = -\frac{1}{2}\vec{u} - \vec{v}$

8.2. $\vec{x}$ tal que $\vec{x} = \frac{2}{5}\vec{u} - \frac{1}{5}\vec{v}$

8.3. $\vec{y}$ tal que $\frac{3}{2}\vec{u} = 2\vec{y} + \frac{1}{3}\vec{v}$

8.4. $\vec{t}$ tal que $-\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{t} - \frac{2}{3}\vec{v}$

9. Considere, num plano munido de um referencial o.n. Oxy os pontos:

$$A(-1,2),\ B(-4,-3) \text{ e } C\left(1,-\frac{1}{2}\right)$$

Determine as coordenadas do vetor:

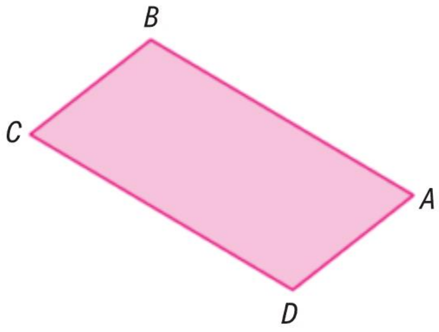
9.1. $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$

9.2. $\vec{v} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$

9.3. $\vec{t} = 2\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$

9.4. $\vec{w} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{2}{5}\overrightarrow{CB}$

10. Num plano munido de um referencial o.n. Oxy sabe-se que os pontos $A(5,-1)$, $B(-1,3)$ e $C(-4,-2)$ são vértices de um paralelogramo [$ABCD$].



10.1. Determine as coordenadas do ponto D

10.2. Determine a norma do vetor $\vec{w}$, sabendo que $\vec{w} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{DB}$

10.3. O paralelogramo [$ABCD$] é um retângulo? Justifique.

10.4. Mostre que a equação $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 44 = 0$ define a circunferência cujo centro é ponto médio de [AB] e que passa no ponto D.

11. Considere, num plano munido de um referencial o.n. Oxy, o vetor $\vec{u}(-4,3)$

Determine as coordenadas do vetor $\vec{v}$ colinear com $\vec{u}$:

11.1. de sentido contrário e norma 10.

11.2. como o mesmo sentido e de norma 6

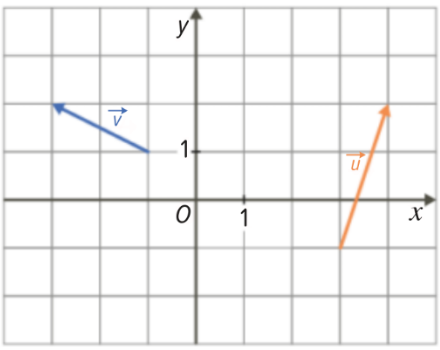
12. Considere os vetores $\vec{u}(-1,2)$ e $\vec{v}(3,x)$.

Determine o valor de x. tal que:

12.1. $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares;

12.2. $2\vec{u} + \frac{5}{3}\vec{v}$ tenha coordenadas $(3,-1)$

13. No referencial o.n. Oxy, estão representados dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

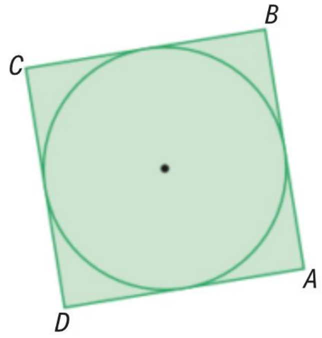


Seja $\vec{w}$ o vetor que satisfaz as condições:

- $\vec{w}$ é colinear com o vetor $\vec{u} + \vec{v}$;
- a soma das coordenadas de $\vec{w}$ é 6.

Determine as coordenadas de $\vec{w}$.

14. Num plano munido de um referencial o.n. Oxy , sabe-se que os pontos $A(4,-4)$ e $D(-3,-5)$ são vértices consecutivos do quadrado $[ABCD]$ cujo centro pertence ao eixo Oy .



14.1. Mostre que a reta de equação $y=-7x-1$ é a mediatriz do segmento de reta $[AD]$.

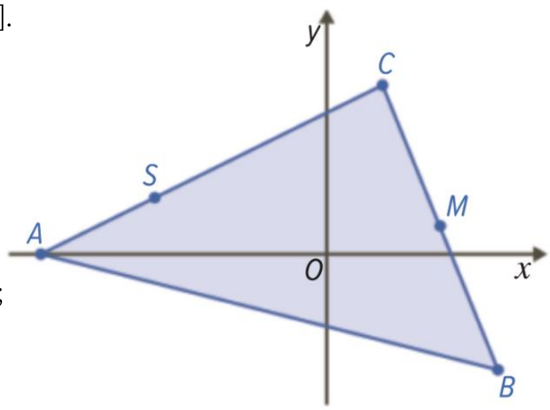
14.2. Justifique que o centro do quadrado tem ordenada -1 .

14.3. Determine as coordenadas dos pontos B e C .

14.4. Defina analiticamente a circunferência inscrita no quadrado $[ABCD]$.

14.5. Determine as coordenadas do vetor $\vec{u}$ tal que $3\overrightarrow{AD}-5\vec{u}=2\overrightarrow{AC}$

15. No referencial o.n. Oxy , está representado um triângulo $[ABC]$.

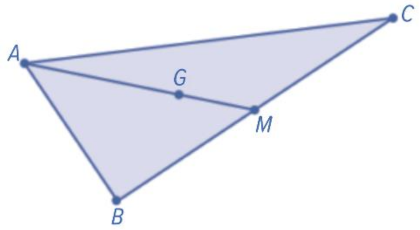


Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(-5,0)$;
- o ponto B tem coordenadas $(3,-2)$;
- M é o ponto médio de $[BC]$ e tem coordenadas $\left(2,\frac{1}{2}\right)$;
- o ponto S é tal que $\overrightarrow{AS}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Determine as coordenadas de $\overrightarrow{SM}$

16. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$.

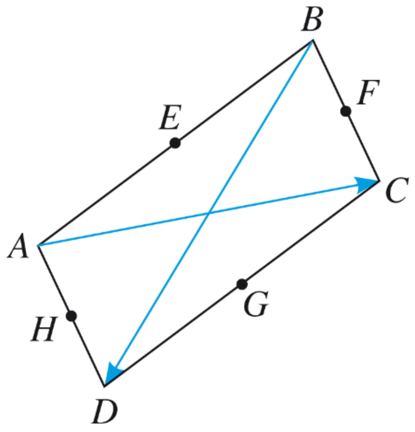


Em relação a um referencial o.n. Oxy, sabe-se que:

- M é o ponto médio de $[BC]$;
- $\left\|\overrightarrow{AG}\right\| = \frac{2}{3}\left\|\overrightarrow{AM}\right\|$;
- as coordenadas dos vértices são $A(-2,1)$, $B(0,-2)$ e $C(6,2)$.

Determine $\left\|\overrightarrow{AG}\right\|$ e as coordenadas de G.

17. Na figura estão representados um paralelogramo $[ABCD]$, os pontos médios E, F, G e H dos lados $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ e $[DA]$, respetivamente, e os vetores $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{BD}$.



Sabe-se, fixado um certo referencial ortonormado, que $H\left(\frac{3}{2},2\right)$, $\overrightarrow{AC}(4,0)$ e $\overrightarrow{BD}(-2,-4)$

17.1. Justifique que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{HG}$ e indique as coordenadas de $\overrightarrow{HG}$.

17.2. Determine as coordenadas dos pontos G, F e E.

17.3. Justifique que $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{BC}$ e determine as coordenadas dos vértices do paralelogramo $[ABCD]$.