



1. Considere uma função f de domínio \mathbb{R} e de contradomínio $[-6, 2]$

Indique o contradomínio das funções definidas pelas seguintes expressões.

1.1. $g(x) = |f(x)|$

O gráfico de g obtém-se a partir do gráfico de f , mantendo os pontos de ordenada não negativa e transformando os pontos de ordenada negativa em pontos de ordenada positiva pela reflexão do eixo Ox .

Portanto $D'_g = [0, 6]$

1.2. $h(x) = -|f(x)| + 2$

$$h(x) = -\underbrace{|f(x)|}_{g(x)} + 2$$

Reflexão do eixo Ox ($-g(x)$)

$$-[0, 6] = [-6, 0]$$

Translação vertical associada ao vetor $\vec{u}(0, 2)$

$$[-6 + 2, 0 + 2] = [-4, 2]$$

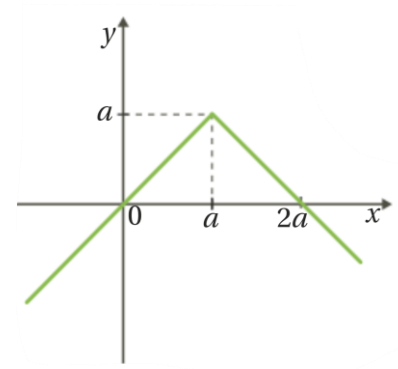
$$\therefore D'_h = [-4, 2]$$

2. Considere a função g , definida em \mathbb{R} , pela expressão $g(x) = |2 + x| + x - 1$

Defina, analiticamente, a função g sem utilizar módulos.

$$g(x) = \begin{cases} 2+x+x-1 & \text{se } 2+x \geq 0 \\ -(2+x)+x-1 & \text{se } 2+x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x+1 & \text{se } x \geq -2 \\ -2-x+x-1 & \text{se } x < -2 \end{cases} = \begin{cases} 2x+1 & \text{se } x \geq -2 \\ -3 & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

3. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , parte do gráfico de uma função de domínio \mathbb{R} .



Qual das funções seguintes poderá definir a função representada?

(A) $f(x) = -|x - a| + a$

(B) $g(x) = |x - a| - a$

(C) $h(x) = |x - a| + a$

(D) $j(x) = -|x - a| - a$

(A)

$$f(0) = -|0 - a| + a = -a + a = 0 \quad \text{Correto}$$

$$f(a) = -|a - a| + a = a \quad \text{Correto}$$

(B)

$$f(0) = |0 - a| - a = a - a = 0 \quad \text{Correto}$$

$$f(a) = |a - a| - a = -a \quad \text{Errado}$$

(C)

$$f(0) = |0 - a| + a = a + a = 2a \quad \text{Errado}$$

(D)

$$f(0) = -|0 - a| - a = -a - a = -2a \quad \text{Errado}$$

OPÇÃO: A

4. Considere as funções f e g , definidas em \mathbb{R} , por $f(x) = x$ e $g(x) = |x^2 - 1|$

Os gráficos de f e g têm dois pontos em comum.

A soma das abcissas desses dois pontos é igual a:

- (A) $-\sqrt{5}$ (B) 1 (C) -1 (D) $\sqrt{5}$

$$g(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x^2 - 1 \geq 0 \\ -x^2 + 1 & \text{se } x^2 - 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x^2 \geq 1 \\ -x^2 + 1 & \text{se } x^2 < 1 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} x^2 - 1 & \text{se } x \leq -1 \vee x \geq 1 & \text{(I)} \\ -x^2 + 1 & \text{se } -1 < x < 1 & \text{(II)} \end{cases}$$

(I)

$$x^2 - 1 = x \wedge (x \leq -1 \vee x \geq 1) \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \wedge (x \leq -1 \vee x \geq 1) \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \wedge (x \leq -1 \vee x \geq 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

(II)

$$-x^2 + 1 = x \wedge (-1 < x < 1) \Leftrightarrow -x^2 - x + 1 = 0 \wedge (-1 < x < 1) \Leftrightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \wedge (-1 < x < 1) \Leftrightarrow$$

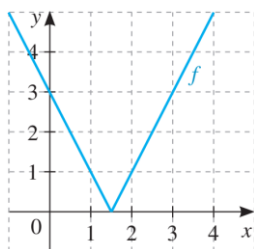
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Assim, } \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{1 - 1 + \sqrt{5} + \sqrt{5}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

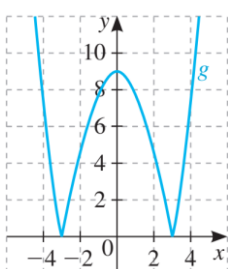
OPÇÃO: D

5. Represente graficamente as seguintes funções:

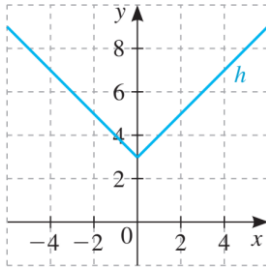
5.1. $f(x) = |2x - 3|$



5.2. $g(x) = |x^2 - 9|$



5.3. $h(x) = ||x| + 3|$



6. Considere a função f definida por $f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ |x| - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

6.1. Determine, analiticamente, os zeros da função f

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow \left(-(x+2)^2 + 1 = 0 \wedge x \leq 0 \right) \vee (|x| - 2 = 0 \wedge x > 0) \\ &\Leftrightarrow \left(-(x^2 + 4x + 4) + 1 = 0 \wedge x \leq 0 \right) \vee (x - 2 = 0 \wedge x > 0) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(-x^2 - 4x - 3 = 0 \wedge x \leq 0 \right) \vee (x = 2 \wedge x > 0) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left((x = -3 \vee x = -1) \wedge x \leq 0 \right) \vee x = 2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1 \vee x = 2 \end{aligned}$$

C.S. = $\{-3, -1, 2\}$

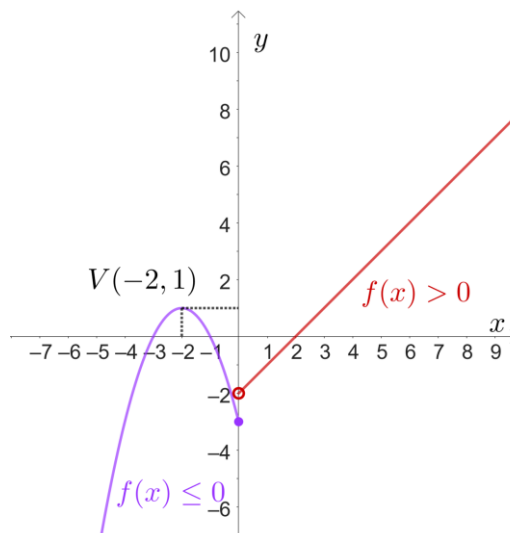
6.2. Estude a função quanto à monotonia e existência de extremos relativos.

Para $x \leq 0$ temos uma parábola com a concavidade voltada para baixo em que o vértice é $V(-2, 1)$, logo 1 é um máximo relativo da função e, $f(0) = -(0+2)^2 + 1 = -3$ é um mínimo relativo.

Assim, f é crescente em $]-\infty, -2]$ e decrescente em $[-2, 0]$

Para $x > 0$, $f(x) = x - 2$ é uma função afim, com declive igual a 1, portanto crescente em \mathbb{R}^+ e f não tem extremos relativos.

Graficamente:



- 6.3. Considere a função g definida por $g(x) = f(-x)$. Indique os zeros da função g
 A função g obtém-se a partir do gráfico da função f pela reflexão de Oy .
 Como os zeros de f são $-3, -1$ e 2 os zeros de g são $-2, 1$ e 3 .

7. Considere a função f , definida em \mathbb{R} , por $f(x) = -2|x + 1| + 6$

- 7.1. Defina analiticamente, a função f sem utilizar módulos.

$$f(x) = -2|x + 1| + 6 = \begin{cases} -2(x + 1) + 6 & \text{se } x + 1 \geq 0 \\ 2(x + 1) + 6 & \text{se } x + 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -2x + 4 & \text{se } x \geq -1 \\ 2x + 8 & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

- 7.2. Determine os zeros de f

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2|x + 1| + 6 = 0 \Leftrightarrow |x + 1| = 3 \Leftrightarrow x + 1 = 3 \vee x + 1 = -3 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -4$$

$$\text{C.S.} = \{-4, 2\}$$

- 7.3. Resolva as condições:

a) $f(x) = -4$

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow -2|x + 1| + 6 = -4 \Leftrightarrow |x + 1| = 5 \Leftrightarrow x + 1 = 5 \vee x + 1 = -5 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -6$$

$$\text{C.S.} = \{-6, 4\}$$

b) $f(x) \leq 2$

$$f(x) \leq 2 \Leftrightarrow -2|x + 1| + 6 \leq 2 \Leftrightarrow -2|x + 1| \leq -4 \Leftrightarrow 2|x + 1| \geq 4 \Leftrightarrow |x + 1| \geq 2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + 1 \geq 2 \vee x + 1 \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1 \vee x \leq -3$$

$$x \in]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$$

c) $f(x) > 1$

$$f(x) > 1 \Leftrightarrow -2|x + 1| + 6 > 1 \Leftrightarrow -2|x + 1| > -5 \Leftrightarrow 2|x + 1| < 5 \Leftrightarrow |x + 1| < \frac{5}{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + 1 < \frac{5}{2} \wedge x + 1 > -\frac{5}{2} \Leftrightarrow x < \frac{5}{2} - 1 \wedge x > -\frac{5}{2} - 1 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2} \wedge x > -\frac{7}{2}$$

$$x \in \left] -\frac{7}{2}, \frac{3}{2} \right[$$



8. Represente sob a forma de intervalos ou união de intervalos o conjunto-solução de cada uma das condições em \mathbb{R} .

8.1. $|1 - 4x| < 3$

$$|1 - 4x| < 3 \Leftrightarrow 1 - 4x < 3 \wedge 1 - 4x > -3 \Leftrightarrow -4x < 2 \wedge -4x > -4 \Leftrightarrow 4x > -2 \wedge 4x < 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{1}{2} \wedge x < 1$$

$$x \in \left] -\frac{1}{2}, 1 \right[$$

8.2. $|4x + 1| \geq 5$

$$|4x + 1| \geq 5 \Leftrightarrow 4x + 1 \geq 5 \vee 4x + 1 \leq -5 \Leftrightarrow x \geq 1 \vee x \leq -\frac{3}{2}$$

$$x \in \left] -\infty, -\frac{3}{2} \right] \cup [1, +\infty[$$

8.3. $|2x| - 6 > 2$

$$|2x| - 6 > 2 \Leftrightarrow |2x| > 8 \Leftrightarrow 2x > 8 \vee 2x < -8 \Leftrightarrow x > 4 \vee x < -4$$

$$x \in]-\infty, -4[\cup]4, +\infty[$$

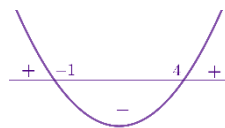
8.4. $|x^2 - 3x + 1| \leq 5$

$$|x^2 - 3x + 1| \leq 5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 \leq 5 \wedge x^2 - 3x + 1 \geq -5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 \leq 0 \wedge x^2 - 3x + 6 \geq 0$$

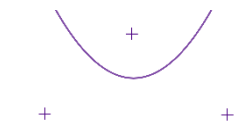
C.A.

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 4$$



$$x \in [-1, 4]$$

$$x^2 - 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 24}}{2} \text{ impossível em } \mathbb{R}$$



$$x \in \mathbb{R}$$

$$\therefore x \in [-1, 4] \cap \mathbb{R} = [-1, 4]$$



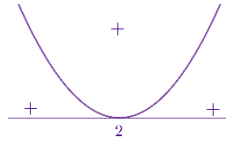
8.5. $|x^2 - 4x + 5| > 1$

$$|x^2 - 4x + 5| > 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 > 1 \vee x^2 - 4x + 5 < -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 > 0 \vee x^2 - 4x + 6 < 0$$

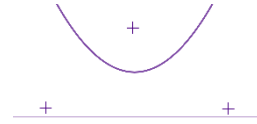
C.A.

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$



$$x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$x^2 - 4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 24}}{2} \text{ impossível em } \mathbb{R}$$



$$x \in \emptyset$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \cup \emptyset = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

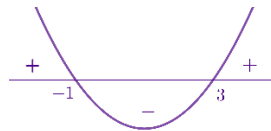
8.6. $|x^2 - x - 4| > 2$

$$|x^2 - x - 4| > 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 > 2 \vee x^2 - x - 4 < -2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 > 0 \vee x^2 - x - 2 < 0$$

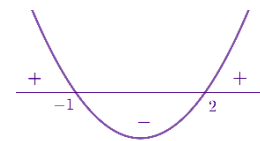
C.A.

$$x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$



$$x \in]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$



$$x \in]-1, 2[$$

$$x \in]-\infty, -2[\cup]-1, 2[\cup]3, +\infty[$$



9. Considere os conjuntos: $A = \{x \in \mathbb{N} : |x - 2| \leq 4\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} : |x - 7| < 2\}$

Represente em extensão:

$$A: |x - 2| \leq 4 \Leftrightarrow x - 2 \leq 4 \wedge x - 2 \geq -4 \Leftrightarrow x \leq 6 \wedge x \geq -2$$

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B: |x - 7| < 2 \Leftrightarrow x - 7 < 2 \wedge x - 7 > -2 \Leftrightarrow x < 9 \wedge x > 5$$

$$x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{6, 7, 8\}$$

9.1. $A \cap B$

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{6, 7, 8\} = \{6\}$$

9.2. $A \cup B$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cup \{6, 7, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

10. Considere a função quadrática g representada graficamente na figura. Sabe-se que o gráfico de g tem vértice $V(2, -2)$ e que $g(4) = g(0) = 2$

- 10.1. Represente graficamente as funções f e h definidas por

$$f(x) = g(|x|) \text{ e } h(x) = |g(x)|.$$

Começemos por definir g :

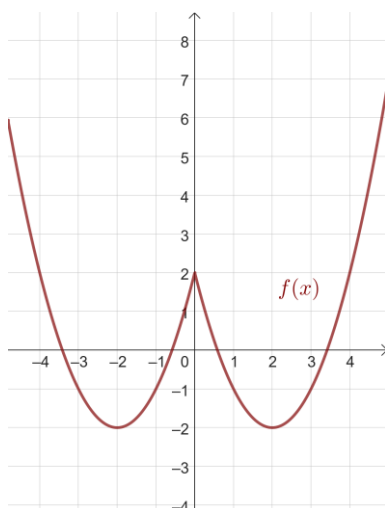
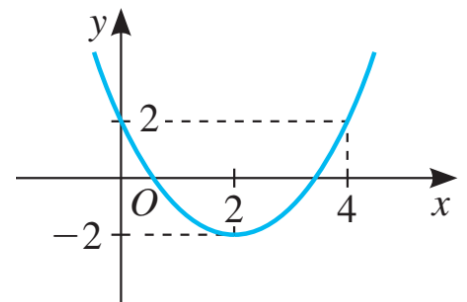
$$g(x) = a(x - h)^2 + k \text{ em que } V(h, k)$$

$$g(x) = a(x - 2)^2 - 2$$

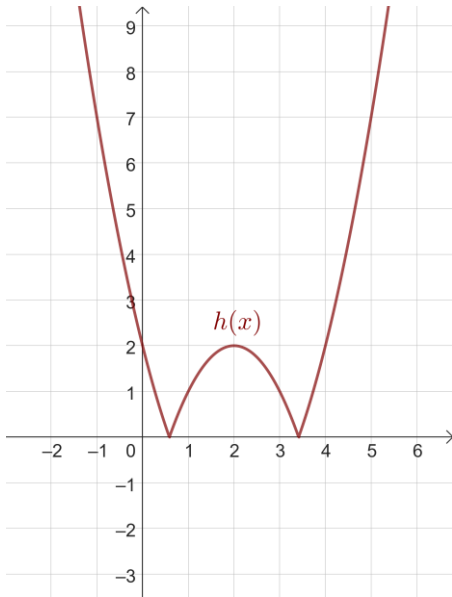
$$g(0) = 2 \Leftrightarrow a(0 - 2)^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow 4a = 4 \Leftrightarrow a = 1$$

$$g(x) = (x - 2)^2 - 2$$

$$f(x) = g(|x|) = (|x| - 2)^2 - 2$$



$$h(x) = |g(x)| = |(x-2)^2 - 2|$$



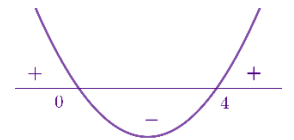
10.2. Indique o conjunto solução das condições:

a) $g(x) > 2$

$$g(x) > 2 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 > 0$$

C.A.

$$(x-2)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 4 \Leftrightarrow x-2 = -\sqrt{4} \vee x-2 = \sqrt{4} \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$$



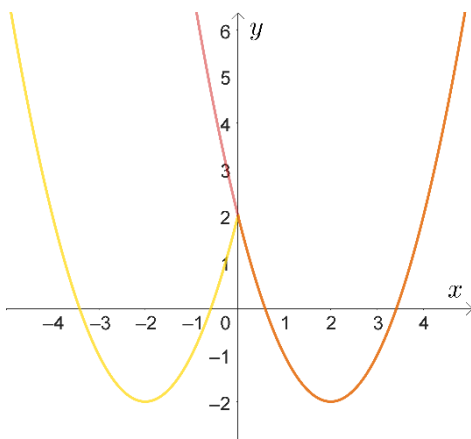
$$x \in]-\infty, 0[\cup]4, +\infty[$$

b) $g(|x|) = g(x)$

$$(|x|-2)^2 - 2 = (x-2)^2 - 2 \Leftrightarrow |x|^2 - 4|x| + 4 - 2 = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow x^2 - 4|x| + 2 = x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow$$

$$\begin{matrix} |x|^2 > 0 \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow -4|x| = -4x \Leftrightarrow |x| = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = x & \text{se } x \geq 0 \\ -x = x & \text{se } x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}_0^+$$



Graficamente observa-se que o conjunto solução da interseção das duas funções é \mathbb{R}_0^+

11. Considere a função g , de domínio $[-5, 5]$, definida por $g(x) = -|x-1|+3$.

11.1. Exprima g sem usar o símbolo de módulo.

$$g(x) = -|x-1|+3 = \begin{cases} -(x-1)+3 & \text{se } x-1 \geq 0 \wedge -5 \leq x \leq 5 \\ -(-x+1)+3 & \text{se } x-1 < 0 \wedge -5 \leq x \leq 5 \end{cases} = \begin{cases} -x+1+3 & \text{se } x \geq 1 \wedge -5 \leq x \leq 5 \\ x-1+3 & \text{se } x < 1 \wedge -5 \leq x \leq 5 \end{cases} = \\ = \begin{cases} -x+4 & \text{se } 1 \leq x \leq 5 \\ x+2 & \text{se } -5 \leq x < 1 \end{cases}$$

11.2. Indique:

a) o contradomínio de g ;

1.º processo:

Para $1 \leq x \leq 5$, $-x+4$ é uma função decrescente

$$g(1) = -1+4 = 3$$

$$g(5) = -5+4 = -1$$

Para $-5 \leq x < 1$, $x+2$ é uma função crescente

$$g(-5) = -5+2 = -3$$

$$g(1) = 1+2 = 3$$

$$\text{Logo } D'_g = [-3, 3]$$

2.º Processo:

$$|x-1| \geq 0 \Leftrightarrow -|x-1| \leq 0 \Leftrightarrow -|x-1|+3 \leq 3 \Leftrightarrow g(x) \leq 3$$

$$g(-5) = -|-5-1|+3 = -6+3 = -3$$

$$g(5) = -|5-1|+3 = -4+3 = -1$$

$$D'_g = [-3, 3]$$

b) os zeros de g ;

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -|x-1|+3 = 0 \Leftrightarrow |x-1| = 3 \Leftrightarrow x-1 = 3 \vee x-1 = -3 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 4\}$$

c) os intervalos de monotonia de g .

g é crescente em $[-5, 1]$

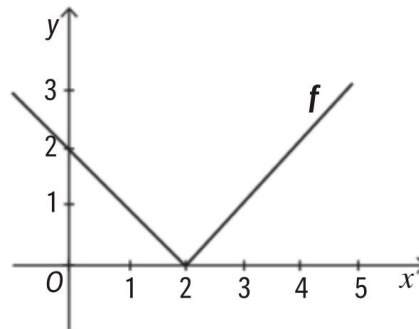
g é decrescente em $[1, 5]$

11.3. Utilizando processos exclusivamente analíticos, resolva a inequação $g(x) < 0$.

$$g(x) < 0 \Leftrightarrow -|x-1|+3 < 0 \Leftrightarrow -|x-1| < -3 \Leftrightarrow |x-1| > 3 \Leftrightarrow x-1 > 3 \wedge x-1 < -3 \Leftrightarrow x > 4 \wedge x < -2$$

$$x \in (]-\infty, -2[\cup]4, +\infty[) \cap [-5, 5] = [-5, -2[\cup]4, 5]$$

11.4. Considere a função f definida, em \mathbb{R} , por $f(x) = a|x-b| + c$, com a, b e $c \in \mathbb{R}$, cujo gráfico cartesiano está parcialmente representado no referencial Oxy da figura que se segue.

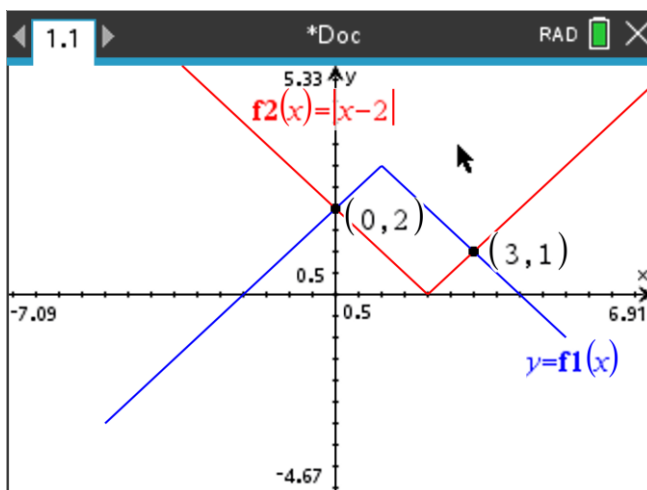


Resolva, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a equação $f(x) = g(x)$.

$$f(x) = a|x-b| + c = a|x-2| + 0 = a|x-b|$$

$$f(0) = 2 \Leftrightarrow a|0-2| = 2 \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$$

$$f(x) = |x-2|$$



Recorrendo à calculadora: $f_1(x) = g(x)$ e $f_2(x) = f(x)$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$$

$$C.S. = \{0, 3\}$$

12. Considere, num referencial, as representações gráficas das funções f e g , definidas por:

$$f(x) = -\frac{1}{2}|x| + 1 \quad \text{e} \quad g(x) = x^2 - 4$$

Utilizando processos exclusivamente analíticos, determine as abcissas dos pontos de interseção dos dois gráficos.

Sugestão: comece por definir f por ramos.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}x + 1 = x^2 - 4 \wedge x \geq 0 \right) \vee \left(\frac{1}{2}x + 1 = x^2 - 4 \wedge x < 0 \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{2}x - 5 = 0 \wedge x \geq 0 \right) \vee \left(x^2 - \frac{1}{2}x - 5 = 0 \wedge x < 0 \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(2x^2 + x - 10 = 0 \wedge x \geq 0 \right) \vee \left(2x^2 - x - 10 = 0 \wedge x < 0 \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-10)}}{4} \wedge x \geq 0 \right) \vee \left(x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-10)}}{4} \wedge x < 0 \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left[\left(x = -\frac{5}{2} \vee x = 2 \right) \wedge x \geq 0 \right] \vee \left[\left(x = -2 \vee x = \frac{5}{2} \right) \wedge x < 0 \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 2\}$$

13. Considere as funções f e g definidas por:

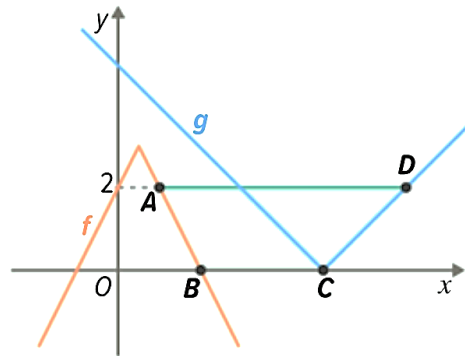
$$f(x) = 3 - |1 - 2x| \quad \text{e} \quad g(x) = |x - 5|$$

13.1. Defina por ramos as funções f e g .

$$\begin{aligned} f(x) = 3 - |1 - 2x| &= \begin{cases} 3 - (1 - 2x) & \text{se } 1 - 2x \geq 0 \\ 3 - (-1 + 2x) & \text{se } 1 - 2x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 3 - 1 + 2x & \text{se } -2x \geq -1 \\ 3 + 1 - 2x & \text{se } -2x < -1 \end{cases} = \\ &= \begin{cases} 2x + 2 & \text{se } 2x \leq 1 \\ -2x + 4 & \text{se } 2x > 1 \end{cases} = \begin{cases} 2x + 2 & \text{se } x \leq \frac{1}{2} \\ -2x + 4 & \text{se } x > \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$g(x) = |x - 5| = \begin{cases} x - 5 & \text{se } x - 5 \geq 0 \\ -x + 5 & \text{se } x - 5 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x - 5 & \text{se } x \geq 5 \\ -x + 5 & \text{se } x < 5 \end{cases}$$

13.2. Na figura estão representadas as funções f e g .



Sabe-se que:

- A e B pertencem ao gráfico de f ;
- C e D pertencem ao gráfico de g ;
- A e D têm ordenada 2;
- B e C pertencem a Ox .

Determine a área do trapézio $[ABCD]$

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \times y_A$$

Ponto A :

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow \left(2x + 2 = 2 \wedge x \leq \frac{1}{2} \right) \vee \left(-2x + 4 = 2 \wedge x > \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow \left(x = 0 \wedge x \leq \frac{1}{2} \right) \vee \left(x = 1 \wedge x > \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$x_A > 0$

$$A(1, 2)$$

Ponto D :

$$g(x) = 2 \Leftrightarrow (x - 5 = 2 \wedge x \geq 5) \vee (-x + 5 = 2 \wedge x < 5) \Leftrightarrow (x = 7 \wedge x \geq 5) \vee (x = 3 \wedge x < 5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

$x_D > x_C$

$$D(7, 2)$$

$$\text{Assim, } \overline{AD} = |x_D - x_A| = |7 - 1| = 6$$

Ponto B :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \left(2x + 2 = 0 \wedge x \leq \frac{1}{2} \right) \vee \left(-2x + 4 = 0 \wedge x > \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow \left(x = -1 \wedge x \leq \frac{1}{2} \right) \vee \left(x = 2 \wedge x > \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$x_B > 0$

$$B(2, 0)$$

Ponto C:

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 5 = 0 \wedge x \geq 5) \vee (-x + 5 = 0 \wedge x < 5) \Leftrightarrow (x = 5 \wedge x \geq 5) \vee \underbrace{(x = 5 \wedge x < 5)}_{\text{Condição impossível}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$C(5, 0)$$

$$\text{Assim, } \overline{BC} = |x_C - x_B| = |5 - 2| = 3$$

$$y_A = 2$$

$$\therefore A_{[ABCD]} = \frac{6+3}{2} \times 2 = 9 \text{ u.a.}$$

14. Considere a função g tal que:

$$g(x) = |2x + 1| - x$$

14.1. Defina a função g por ramos.

$$g(x) = |2x + 1| - x = \begin{cases} 2x + 1 - x & \text{se } 2x + 1 \geq 0 \\ -2x - 1 - x & \text{se } 2x + 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq -\frac{1}{2} \\ -3x - 1 & \text{se } x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

14.2. Determine os zeros da função g .

$$\left(x + 1 = 0 \wedge x \geq -\frac{1}{2}\right) \vee \left(-3x - 1 = 0 \wedge x < -\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \underbrace{\left(x = -1 \wedge x \geq -\frac{1}{2}\right)}_{\text{Condição impossível}} \vee \underbrace{\left(x = -\frac{1}{3} \wedge x < -\frac{1}{2}\right)}_{\text{Condição impossível}}$$

Portanto g não tem zeros.

$$\text{C.S.} = \emptyset$$