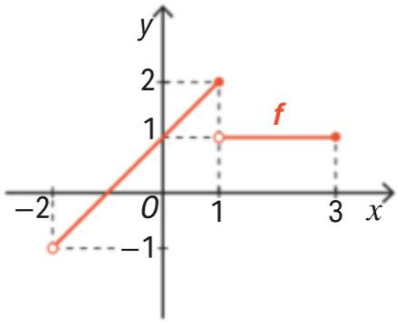
1. Indique o domínio e o contradomínio das funções reais de variável real a seguir representadas graficamente.

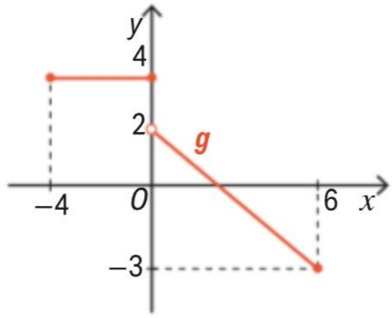
1.1.



$D_f =]-2,3]$

$D'_f =]-1,2]$

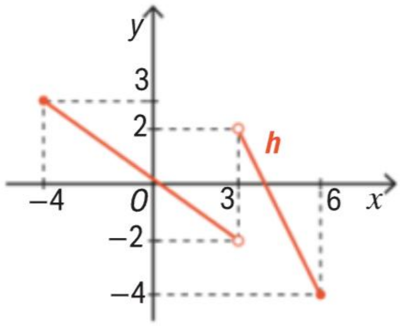
1.2.



$D_h = [-4,6]$

$D'_h = [-3,2[\cup \{4\}$

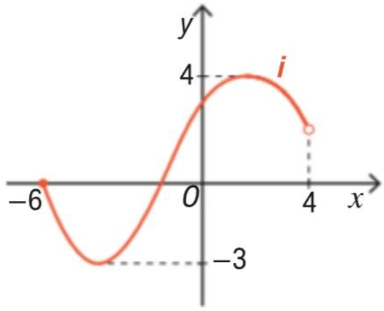
1.3.



$D_g = [-4,6] \setminus \{0\}$

$D_g' = [-4,3]$

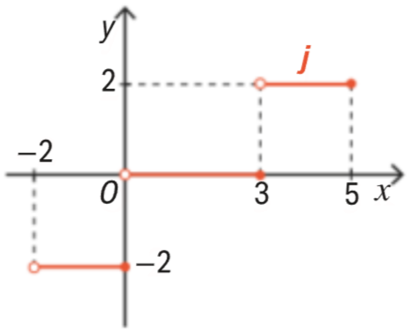
1.4.



$D_i = [-6,4[$

$D'_i = [-3,4]$

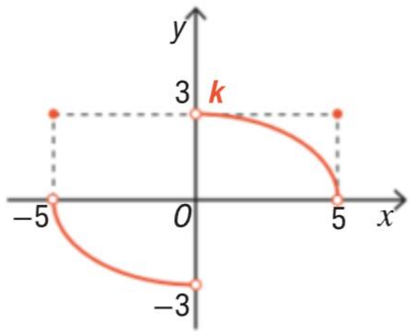
1.5.



$D_j =]-2,5]$

$D'_j = \{-2,0,2\}$

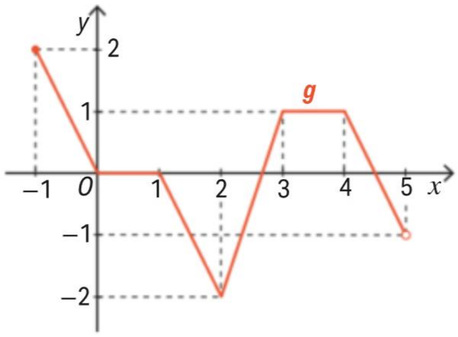
1.6.



$D_k = [-5,5] \setminus \{0\}$

$D'_k =]-3,0[\cup]0,3] =]-3,3] \setminus \{0\}$

2. Considere a função g, de domínio $[-1\ ,\ 5[$, representada graficamente na figura seguinte.



Relativamente a esta função, indique:

2.1. os intervalos de monotonia;

A função é:

- decrescente em $[-1,0]$, $[1,2]$ e $[4,5[$
- crescente em $[2,3]$
- constante em $[0,1]$ e $[3,4]$

2.2. o intervalo de maior amplitude onde a função é:

a) decrescente em sentido lato;

$[-1,2]$

b) crescente em sentido lato.

$[2,4]$

2.3. os extremos;

Máximos relativos: 2 (absoluto) , 1 e 0

Mínimos relativos: –2 (absoluto) , 0 e 1

2.4. os maximizantes e os minimizantes.

Maximizantes: –1 e todos os elementos do intervalo]0 , 1] e [3 , 4]

Minimizantes: 2 e todos os elementos do intervalo [0 , 1[e]3 ,4[

3. De uma função f , de domínio [–5 , 5], são conhecidas as seguintes tabelas de sinais e de variação:

x	-5		-2		2		4		5
$f(x)$	2	+	0	–	0	+	0	–	–1

x	-5		-4		0		3		5
$f(x)$	2	↗	3	↘	–2	↗	1	↘	–1

3.1. Indique:

a) o conjunto-solução da condição $f(x) \leq 0$;

$f(x) \leq 0 \Leftrightarrow [-2,2] \cup [4,5]$

b) os intervalos de monotonia e os extremos da função f.

A função é crescente em $[-5,-4]$ e $[0,3]$ e é decrescente em $[-4,0]$ e $[3,5]$

Máximos relativos: 3 e 1

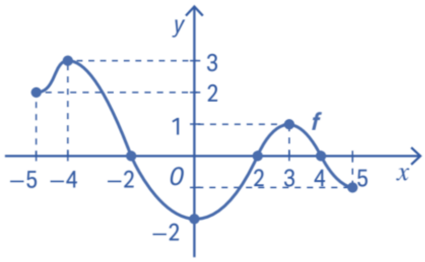
Máximo absoluto: 3

Mínimos relativos: 2 , −2 e −1

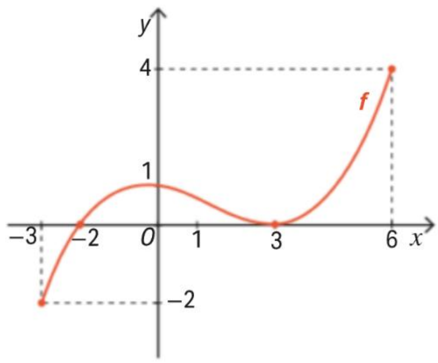
Mínimo absoluto: −2

3.2. Proponha um gráfico para a função f compatível com as tabelas apresentadas.

Por exemplo:



4. Considere a figura ao lado onde está representado o gráfico de uma função f.



4.1. Indique o domínio e o contradomínio de f.

$D_f = [-3,6]$

$D'_f = [-2,4]$

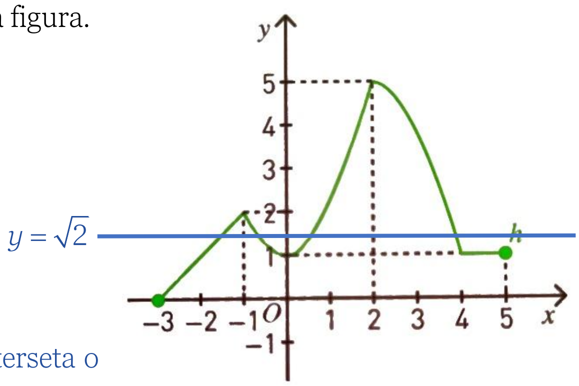
4.2. Determine a solução da equação $f(x)-2f(-3)=f(6)$.

$f(x)-2f(-3)=f(6) \Leftrightarrow f(x)-2\times(-2)=4 \Leftrightarrow f(x)+4=4 \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow x=-2 \vee x=3$

4.3. Construa a tabela de sinais da função f.

x	−3		−2		3		6
$f(x)$	−2	−	0	+	0	+	4

5. Considere a função h, definida em $[-3\ ,\ 5]$, representada na figura.



5.1. Indique, caso existam, os zeros da função.

A função h tem um único zero em $x=-3$

5.2. Quantas soluções tem a equação $h\left(x\right) = \sqrt{2}$?

$\sqrt{2} \approx 1,414$

Como se pode observar pelo gráfico a reta $y=\sqrt{2}$ interseta o gráfico da função em 4 pontos, logo existem 4 soluções.

5.3. Indique os intervalos de monotonia e os extremos da função.

A função é crescente em $\left[-3,-1\right]$ e $\left[0,2\right]$

A função é decrescente em $\left[-1,0\right]$ e $\left[2,4\right]$

A função é constante em $\left[4,5\right]$

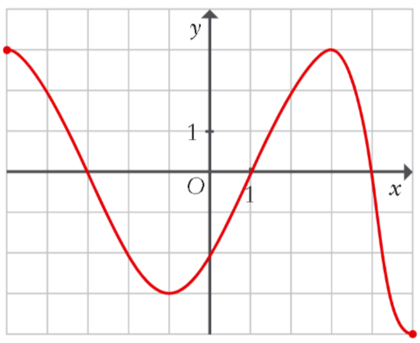
Máximos: 2 para $x=-1$ e 5 $\left(\text{Absoluto}\right)$ para $x=2$

Mínimos: 0 $\left(\text{Absoluto}\right)$ para $x=-3$, 1 para $x=0$ e $x\in\left[4,5\right]$

5.4. Indique os valores de x para os quais se tem $h\left(x\right) \leq 0$

$h\left(x\right)\leq 0 \Leftrightarrow x=-3$

6. Na figura ao lado está, em referencial o.n. Oxy , o gráfico de uma função g de domínio $[-5\ ,\ 5]$



6.1. Indique a imagem de zero e os zeros da função

A imagem de zero: $f\left(0\right)=-2$

Zeros da função: $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=1 \vee x=4$

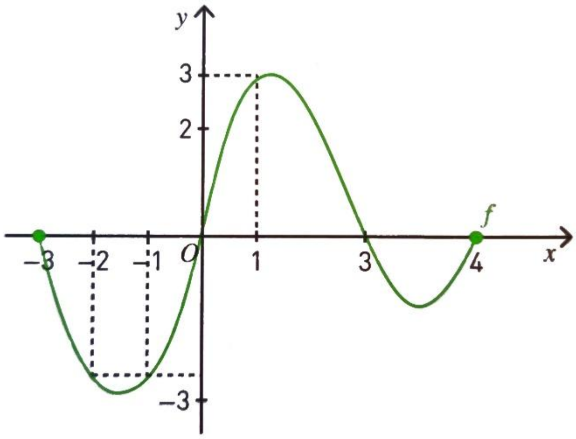
6.2. Indique o intervalo onde a função é positiva

$f\left(x\right)>0 \Leftrightarrow x\in\left[-5,-3\right[\cup\left]1,4\right[$

6.3. Indique o intervalo onde a função é negativa

$f\left(x\right)<0 \Leftrightarrow x\in\left]-3,1\right[\cup\left]4,5\right]$

7. Na figura está representado, num plano munido de um referencial o.n. Oxy , o gráfico da função f interseta o eixo das abcissas nos pontos $(-3,0);(0,0);(3,0)$ e $(5,0)$



Indique:

7.1. Indique:

7.1.1 Um ponto do gráfico que tenha ordenada 3 ;

$(1,3)$

7.1.2 O domínio da função $f(x)$;

$D_f=[-3,4]$

7.1.3 O domínio da função $2f(x)$;

$2f(x)$ é uma dilatação vertical, logo $D_{2f}=D_f=[-3,4]$

7.1.4 O domínio da função $f(x+4)$;

É uma tranlação horizontal associada ao vetor $\vec{v}(-4,0)$
$D_{f(x+4)}=[-3-4,4-4]=[-7,0]$

7.1.5 O(s) zero(s) da função $f(-x)$;

O gráfico de $f(-x)$ obtém-se do gráfico de f por uma simetria em relação ao eixo das ordenadas. Assim, os zeros de $f(-x)$ são $\{-4,-3,0,3\}$

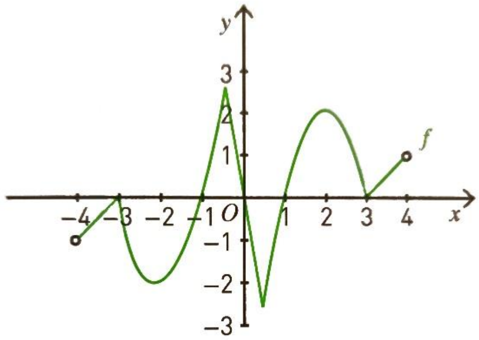
7.2. Resolva as condições seguintes:

7.2.1 $f(x)=0 \Leftrightarrow x=-3 \vee x=0 \vee x=3 \vee x=4$

7.2.2 $f(x)>0 \Leftrightarrow 0<x<3 \Leftrightarrow x\in\,]0,3[$

7.2.3 $f(x)\leq 0 \Leftrightarrow -3\leq x\leq 0 \vee 3\leq x\leq 4 \Leftrightarrow x\in[-3,0]\cup[3,4]$

8. Na figura está a representação gráfica da função f



8.1. Indique o domínio da função $f(x+2)$?

$D_f =]-4,4[$

$D_{f(x+2)} =]-4-2,4-2[=]-6,2[$

8.2. Quais são os zeros da função $f(x-1)$?

Zeros de $f(x)$: $\{-3,-1,0,1,3\}$

Zeros de $f(x-1)$: $\{-2,0,1,2,4\}$

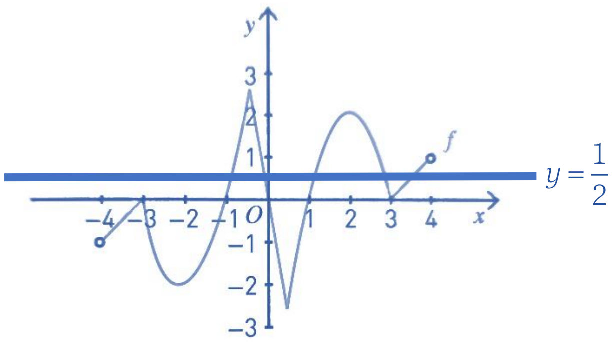
8.3. Indique o conjunto-solução da condição $f(x) < 0$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-4,-3[\cup]-3,-1[\cup]0,1[$

8.4. Determine o conjunto-solução da equação $f(x) + 4 = 0$

$f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -4$, é impossível porque $f(x) > -4$, $\forall x \in D_f$

8.5. Quantas soluções tem a equação $f(x) = \frac{1}{2}$?

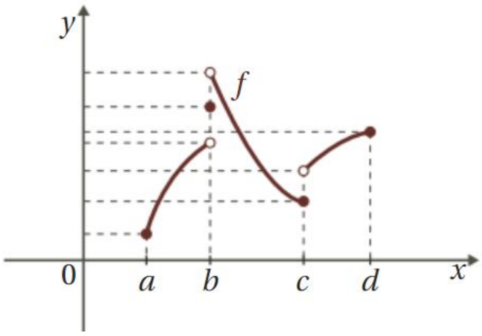


A reta $y = \frac{1}{2}$ interseta, como se pode observar, o gráfico em cinco pontos.

Logo a equação tem 5 soluções.

9. Na figura está representado, num referencial cartesiano, o gráfico de uma função f de domínio $[a, d]$

Considere as proposições:



p: A função f tem um mínimo relativo para $x = a$

q: $f(b)$ é o máximo absoluto da função f

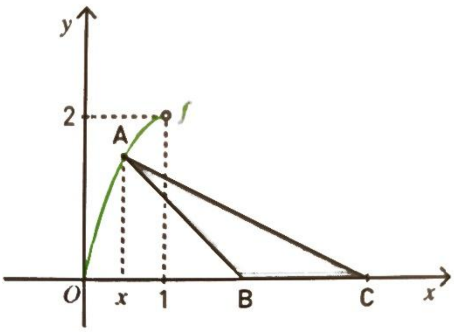
r: A função f tem um mínimo relativo para $x = c$

t: A função f tem exatamente dois máximos relativos

Identifique o valor lógico das proposições p, q, r e t

p: $f(a)$ é um mínimo absoluto de f, logo também é mínimo relativo. Proposição Verdadeira
q: f não tem extremos em $x = b$. Proposição Falsa
r: $f(c)$ é um mínimo relativo. Proposição Verdadeira
s: $f(d)$ é o único máximo relativo de f. Proposição Falsa

10. Na figura está representado, num plano munido de um referencial o.n. Oxy, o gráfico de uma função f, de domínio $]0, 1[$ e um triângulo $[ABC]$. O ponto A move-se ao longo da curva do gráfico da função f, sendo x a sua abcissa. Os pontos B e C estão fixos no eixo das abcissas.



Qual das expressões seguintes representa, em função de x, a área do triângulo $[ABC]$?

(A) $f(x) \times \overline{BC}$ (B) $\dfrac{f(x) \times \overline{BC}}{2}$

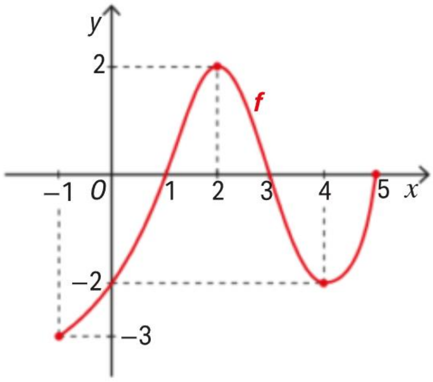
(C) $\dfrac{\overline{BC} \times \overline{AC}}{2}$ (D) $\dfrac{\overline{BC} \times \overline{AB}}{2}$

A função $f(x)$ corresponde à altura do triângulo $[ABC]$.

Assim, $A_{[ABC]} = \dfrac{\overline{BC} \times f(x)}{2}$

OPÇÃO: B

11. Na figura está representada graficamente uma função f de domínio $[-1\ ,5]$ e contradomínio $[-3\ ,2]$.



Indique:

11.1. os extremos relativos e os zeros da função f;

Máximos: $f(2)=2$ (Absoluto) e $f(5)=0$

Mínimo: $f(4)=-2$ (Absoluto)

$f(x)=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=3 \vee x=5$

11.2. um intervalo onde a função é positiva;

$]1,3[$

11.3. um intervalo onde a função seja negativa e decrescente.

$]3,4]$