



1. Seja  $f$  uma função definida por  $f(x) = ax + b$ , com  $a < 0$ .

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A)  $f$  não tem zeros. (B)  $f$  tem um único zero.  
 (C)  $f$  tem dois zeros. (D)  $f$  tem um número infinito de zeros.

Como se trata de uma função afim com declive diferente de zero, a função  $f$  tem um único zero.

OPÇÃO: B

2. De uma função afim  $g$ , sabe-se que o seu zero é 1 e que  $g(-3) = 8$ .

Uma expressão analítica de  $g$  é:

- (A)  $g(x) = 2x - 2$  (B)  $g(x) = -4x + 4$  (C)  $g(x) = 2(1 - x)$  (D)  $g(x) = (2x + 4)(x - 1)$

Como 1 é zero de  $g$  então  $(1, 0)$  é um ponto da função, e como  $g(-3) = 8$  então  $(-3, 8)$  é um ponto da função.

$$\text{Assim, } a = \frac{8 - 0}{-3 - 1} \Leftrightarrow a = \frac{8}{-4} \Leftrightarrow a = -2$$

$$y = -2x + b \Leftrightarrow 0 = -2 \times 1 + b \Leftrightarrow b = 2$$

$$y = -2x + 2 \Leftrightarrow y = 2(-x + 1)$$

OPÇÃO: C

3. Considere as funções definidas por  $f(x) = 2x + b$ ,  $g(x) = ax - 2$  e  $h(x) = x + 3$ .

- 3.1. Verifique que o ponto de coordenadas  $(1, 4)$  pertence ao gráfico de  $h$ .

$$h(1) = 4 \Leftrightarrow 1 + 3 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4$$

Portanto,  $(1, 4)$  pertence ao gráfico de  $h$

- 3.2. O ponto de coordenadas  $(1, 4)$  pertence ao gráfico de  $f$ . Determine o valor de  $b$ .

$$f(1) = 4 \Leftrightarrow 2 \times 1 + b = 4 \Leftrightarrow b = 2$$

- 3.3. Determine o valor de  $a$  para o qual os gráficos das três funções se intersectam.

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = ax - 2 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax - 2 = 2x + 2 \\ 2x + 2 = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax = 2x + 4 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + 4 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ y = ax - 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

4. Relativamente a uma função afim  $g$ , sabe-se que:

- $g(1) = -1$
- $g(-1) = -7$

4.1. Determine a expressão analítica de  $g$ .

$(1, -1)$  e  $(-1, -7)$  são pontos da função.

$$a = \frac{-7+1}{-1-1} \Leftrightarrow a = \frac{-6}{-2} \Leftrightarrow a = 3$$

$$-1 = 3 \times 1 + b \Leftrightarrow b = -4$$

$$y = 3x - 4$$

4.2. Determine analiticamente os zeros de  $g$ .

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

5. Na figura está representada uma reta, gráfico da função  $f$ , e os pontos,  $A$  e  $B$ , de interseção do gráfico com os eixos  $Oy$  e  $Ox$ , respetivamente.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem ordenada positiva e o ponto  $B$  tem abcissa positiva;
- a área do triângulo  $[OAB]$  é 4;
- a ordenada de  $A$  é o dobro da abcissa de  $B$ .

5.1. Determine as coordenadas dos pontos  $A$  e  $B$ .

Como a ordenada de  $A$  é o dobro da abcissa de  $B$ , então  $\overline{OA} = 2\overline{OB}$ .

$$A_{[OAB]} = 4 \Leftrightarrow \frac{\overline{OA} \times \overline{OB}}{2} = 4 \Leftrightarrow \frac{2\overline{OB} \times \overline{OB}}{2} = 4 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 4 \Leftrightarrow \overline{OB} = 2$$

$\overline{OB} > 0$

Assim,  $B(2, 0)$  e  $A(0, 4)$

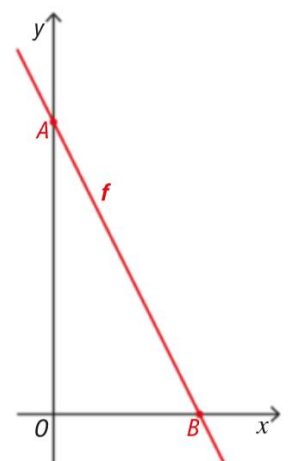
5.2. Determine a expressão da função  $f$ .

$A(0, 4)$  e  $B(2, 0)$

$$f(x) = ax + 4$$

$$a = \frac{0-4}{2-0} \Leftrightarrow a = -2$$

$$f(x) = -2x + 4$$



6. Considere as funções  $g$  e  $h$ , de domínio  $IR$ , definidas, respetivamente, por  $g(x) = 2x - 3$  e  $h(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$

6.1. Calcule os zeros de  $g$  e  $h$ .

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4} + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$S = \{-2\}$$

6.2. Determine as coordenadas de  $I$ , ponto de interseção dos gráficos de  $g$  e  $h$ .

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 2x - 3 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 8x - 12 = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ 7x = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \times 2 - 3 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Portanto  $I(2, 1)$

6.3. Sejam  $G$  e  $H$  os pontos de interseção, respetivamente, dos gráficos de  $g$  e  $h$  com o eixo  $Oy$ . Determine a área do triângulo  $[GHI]$ .

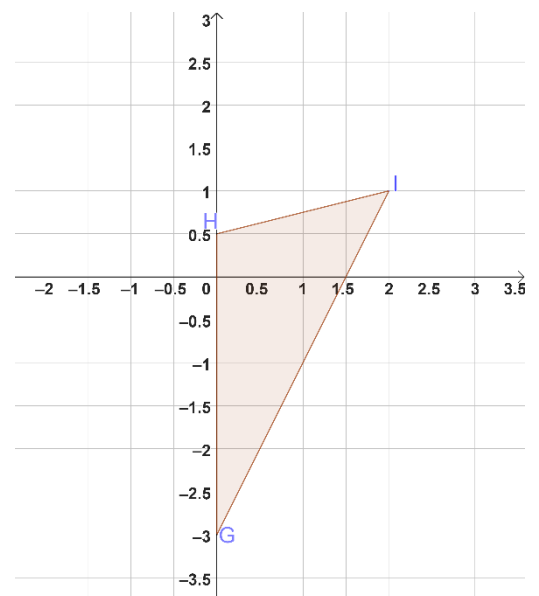
$G$ :

$$g(0) = -3 \quad G(0, -3)$$

$H$ :

$$h(0) = \frac{1}{2} \quad H\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

$$A_{[GHI]} = \frac{\frac{7}{2} \times 2}{2} = \frac{7}{2} \text{ u.a.}$$





7. Considere as funções  $f$  e  $g$ , definidas, respetivamente, por  $f(x) = \frac{5-3x}{2}$  e  $g(x) = ax + 1$

7.1. Determine as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico de  $f$  com os eixos coordenados.

$$Oy: f(0) = \frac{5-3 \times 0}{2} = \frac{5}{2} \quad \left(0, \frac{5}{2}\right)$$

$$Ox: f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5-3x}{2} = 0 \Leftrightarrow 5-3x = 0 \Leftrightarrow -3x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \quad \left(\frac{5}{3}, 0\right)$$

7.2. Indique os valores de  $a$  de modo que:

a) o gráfico de  $g$  seja uma reta paralela ao gráfico de  $f$ ;

Se  $g$  é paralela a  $f$  então o declive das funções é igual.

$$f(x) = \frac{5-3x}{2} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

b) a função  $g$  seja crescente;

Para que  $g$  seja crescente então  $a > 0$ , então  $a \in ]0, +\infty[$

c) a função  $g$  não tenha zeros.

Para que  $g$  não tenha zeros então  $a = 0$

8. Para um certo número real  $k$ , seja a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = k(x+k) - 6$ .

8.1. Justifique que  $f$  é uma função afim.

$$f(x) = k(x+k) - 6 = kx + k^2 - 6$$

$f$  é uma função definida por uma expressão do tipo  $f(x) = ax + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Sendo, neste caso,  $a = k$  e  $b = k^2 - 6$

$\therefore f$  é uma função afim

8.2. Determine  $k$ , sabendo que:

a) 1 é um zero de  $f$ ;

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow k(1+k) - 6 = 0 \Leftrightarrow k + k^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2} \Leftrightarrow k = -3 \vee k = 2$$

b) 1 é um zero de  $f$  e  $f$  é decrescente.

A função  $f$  é decrescente se e só se o declive ( $a$ ) é negativo.

$$a = k, \quad k < 0$$

Por 6.2 a) 1 é zero de  $f$  então  $k = -3 \vee k = 2$ .

$$\therefore k = -3$$

9. Considere a função  $f$  definida, em  $\mathbb{R}$ , por  $f(x) = (2k+3)x + k$ , com  $k \in \mathbb{R}$ .

Determine os valores de  $k$  de modo que:

9.1.  $f(3) = 0$ ;

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow (2k+3) \times 3 + k = 0 \Leftrightarrow 6k + 9 + k = 0 \Leftrightarrow 7k = -9 \Leftrightarrow k = -\frac{9}{7}$$

9.2. a função  $f$  seja negativa apenas em  $]-\infty, 2[$ ;

A função ser negativa apenas em  $]-\infty, 2[$  significa que a função é crescente e que 2 é um zero da função.

Assim,  $f(2) = 0$  e  $2k+3 > 0$

$$f(2) = 0 \Leftrightarrow (2k+3) \times 2 + k = 0 \Leftrightarrow 4k + 6 + k = 0 \Leftrightarrow 5k = -6 \Leftrightarrow k = -\frac{6}{5}$$

$$2k+3 > 0 \Leftrightarrow k > -\frac{3}{2}$$

$$\text{Como } -\frac{3}{2} < -\frac{6}{5}, \quad k = -\frac{6}{5}$$

9.3. a imagem de  $-2$  seja 5;

$$f(-2) = 5 \Leftrightarrow (2k+3)(-2) + k = 5 \Leftrightarrow -4k - 6 + k = 5 \Leftrightarrow -3k = 11 \Leftrightarrow k = -\frac{11}{3}$$

9.4.  $f$  seja decrescente;

Para  $f$  ser decrescente o declive é negativo.

$$2k+3 < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{3}{2} \Leftrightarrow k \in ]-\infty, -\frac{3}{2}[$$

9.5. o gráfico de  $f$  interseja o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 3.

$$f(0) = 3 \Leftrightarrow (2k+3) \times 0 + k = 3 \Leftrightarrow k = 3$$

10. Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = \frac{2x-4}{5}$

10.1. Mostre que  $f$  é estritamente crescente em todo o seu domínio.

$$f(x) = \frac{2x-4}{5} = \frac{2}{5}x - \frac{4}{5}$$

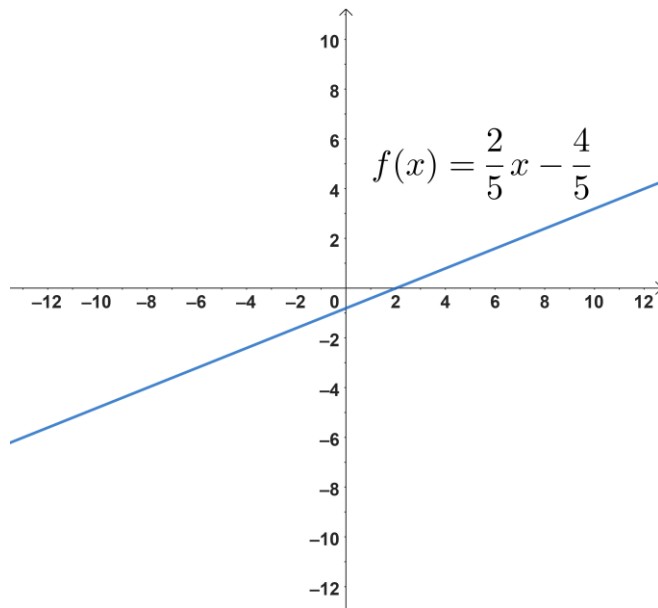
$f$  é uma função afim com declive positivo, logo  $f$  é crescente em  $\mathbb{R}$

10.2. Mostre que a função  $f$  não tem máximo nem mínimo.

$f$  é uma função afim, o que significa que o seu gráfico é uma linha reta. O domínio da função é  $\mathbb{R}$ , e o seu contradomínio é  $\mathbb{R}$ , logo não tem majorantes nem minorantes, pelo que não existe um máximo e mínimo.



10.3. Desenhe um esboço do gráfico da função  $f$ .



11. Considere as funções  $f$  e  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definidas por  $f(x) = 2x + 3$  e  $g(x) = -x + 2$ .

Seja  $A$  o ponto de interseção dos gráficos das duas funções,  $B$  o ponto de interseção do gráfico de  $f$  com o eixo  $Ox$ ,  $C$  o ponto de interseção do gráfico de  $g$  com o eixo  $Ox$  e  $D$  um ponto com a mesma abscissa de  $C$  e a mesma ordenada de  $A$ .

Determine o valor da área do trapézio  $[ABCD]$ .

**Ponto A:**

Ponto de interseção dos gráficos:  $f(x) = g(x)$

$$2x + 3 = -x + 2 \Leftrightarrow 3x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 3 = -\frac{2}{3} + 3 = \frac{7}{3}$$

$$A\left(-\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

**Ponto B:**

Ponto de interseção do gráfico de  $f$  com o eixo  $Ox$ :  $f(x) = 0$

$$2x + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$B\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$$

**Ponto C:**

Ponto de interseção do gráfico de  $g$  com o eixo  $Ox$ :  $g(x) = 0$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

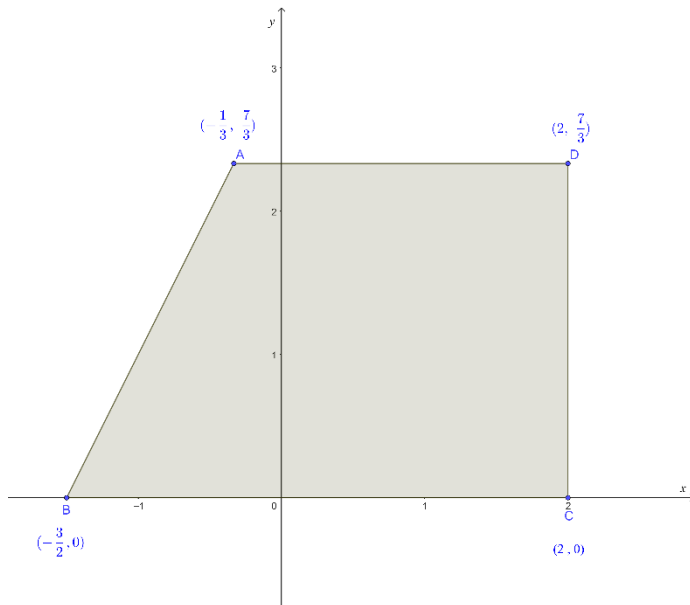
$$C(2, 0)$$

Ponto *D*:

Abcissa de *C*  $\longrightarrow$  2

Ordenada de *A*  $\longrightarrow$   $\frac{7}{3}$

$$D\left(2, \frac{7}{3}\right)$$



$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{BC} + \overline{AD}}{2} \times \overline{CD}$$

$$\overline{BC} = \left| 2 - \left(-\frac{3}{2}\right) \right| = \left| 2 + \frac{3}{2} \right| = \frac{7}{2}$$

$$\overline{AD} = \left| 2 - \left(-\frac{1}{3}\right) \right| = \left| 2 + \frac{1}{3} \right| = \frac{7}{3}$$

$$\overline{CD} = \frac{7}{3}$$

$$A_{[ABCD]} = \frac{\frac{7}{2} + \frac{7}{3}}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{\frac{35}{6}}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{35}{12} \times \frac{7}{3} = \frac{245}{36}$$

11. Seja  $f$  uma função, de domínio  $[-2, 3[$ , definida por  $f(x) = -2x + 1$ .

11.1. Determine:

a) a imagem de  $-1$  por  $f$ ;

$$f(-1) = -2 \times (-1) + 1 = 3$$

b) o objeto cuja imagem por  $f$  é zero;

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

c) o contradomínio de  $f$ .

Trata-se de uma função afim decrescente.

$$\text{Assim, } f(-2) = -2 \times (-2) + 1 = 5 \text{ e } f(3) = -2 \times 3 + 1 = -5$$

$$\therefore D'_f = ]-5, 5]$$

11.2. Indique o valor lógico de cada uma das afirmações e, de seguida, corrija as que considerar falsas.

I.  $f$  é decrescente no seu domínio.

Verdadeira.

II. A função  $f$  é linear.

Falsa. A expressão analítica não é do tipo  $f(x) = ax$ , com  $a \in \mathbb{R}$ , isto é, a função não passa pela origem do referencial, sendo que neste caso a ordenada na origem é 1.

III.  $-5$  é o mínimo absoluto de  $f$ .

Falsa.  $-5$  não é mínimo absoluto porque não pertence ao seu contradomínio.



13. Considere a função  $f$  definida, em  $\mathbb{R}$ , por  $f(x) = (2k+3)x + k$ , com  $k \in \mathbb{R}$ .

Determine os valores  $k$  tais que:

13.1.  $f(3) = 0$ ;

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow (2k+3) \times 3 + k = 0 \Leftrightarrow 6k + 9 + k = 0 \Leftrightarrow 7k = -9 \Leftrightarrow k = -\frac{9}{7}$$

13.2. a função  $f$  seja negativa apenas em  $]-\infty, 2[$ ;

O zero é 2 e o declive é positivo:

$$f(2) = 0 \Leftrightarrow (2k+3) \times 2 + k = 0 \Leftrightarrow 4k + 6 + k = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{6}{5}$$

13.3. a imagem de  $-2$  seja 5;

$$f(-2) = 5 \Leftrightarrow (2k+3) \times (-2) + k = 5 \Leftrightarrow -4k - 6 + k = 5 \Leftrightarrow -3k = 11 \Leftrightarrow k = -\frac{11}{3}$$

13.4.  $f$  seja decrescente;

Para  $f$  ser decrescente o declive é negativo.

$$2k + 3 < 0 \Leftrightarrow k < -\frac{3}{2} \Leftrightarrow k \in ]-\infty, -\frac{3}{2}[$$

13.5. o gráfico de  $f$  intersece o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada 3.

$$f(0) = 3 \Leftrightarrow (2k+3) \times 0 + k = 3 \Leftrightarrow k = 3$$

14. A velocidade do som depende da temperatura do ar.

A relação entre a temperatura,  $t$ , em  $^{\circ}\text{C}$ , e a velocidade do som,  $v$ , em  $\text{ms}^{-1}$ , pode ser representada pela expressão  $v = 0,5t + b$ , onde  $b$  representa um número real.

Determine:

14.1. O valor de  $b$ , sabendo que a uma temperatura de  $20^{\circ}\text{C}$  a velocidade do som é de  $343,4 \text{ ms}^{-1}$ .

$$343,4 = 0,5 \times 20 + b \Leftrightarrow 343,4 - 10 = b \Leftrightarrow b = 333,4$$

14.2. A velocidade do som quando a temperatura do ar é de  $10^{\circ}\text{C}$ .

$$v = 0,5 \times 10 + 333,4 \Leftrightarrow v = 338,4 \text{ ms}^{-1}$$

14.3. A temperatura do ar num instante em que a velocidade do som é de  $349,2 \text{ ms}^{-1}$ .

$$349,2 = 0,5t + 333,4 \Leftrightarrow 0,5t = 349,2 - 333,4 \Leftrightarrow t = \frac{15,8}{0,5} \Leftrightarrow t = 31,6^{\circ}\text{C}$$

15. O gráfico representa, de forma linear, a evolução do preço médio de um apartamento, em milhares de euros, entre 2000 e 2019.

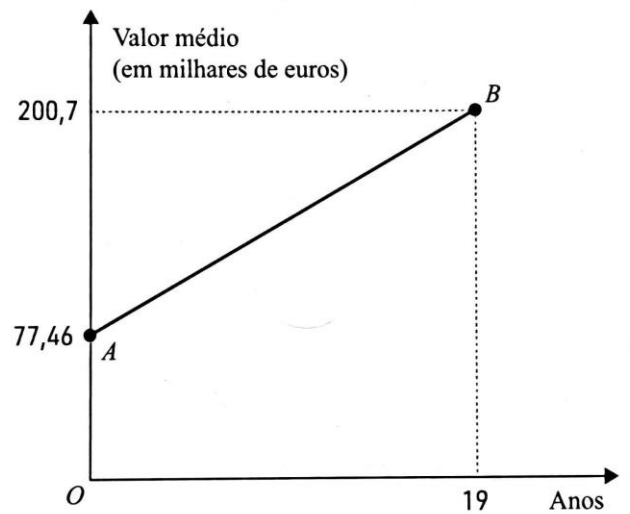
15.1. De acordo com o gráfico e com a situação descrita, qual é o significado das coordenadas dos pontos *A* e *B*.

**Ponto A:**

No ano 2000, o preço médio de um apartamento era de 77,46 mil euros.

**Ponto B:**

No ano 2019, o preço médio de um apartamento era de 200,7 mil euros.



15.2. Determine o declive da reta *AB* e interprete o seu significado no contexto da situação descrita. Apresente o resultado em euros, arredondado às unidades.

$$A(0; 77,46) ; B(19; 200,7)$$

$$\text{Declive} = \frac{200,7 - 77,46}{19 - 0} = \frac{123,24}{19} \approx 6,48632$$

Significa que o preço médio de um apartamento aumentou, aproximadamente, 6486 €.

15.3. Usando o valor do declive obtido na alínea anterior, em milhares de euros, com aproximação às centésimas, escreva a equação reduzida da reta *AB*.

$$y = 6,49x + 77,46$$

15.4. De acordo com este modelo em que ano o preço médio de um apartamento foi de 100 000 euros?

$$6,49x + 77,46 = 100 \Leftrightarrow 6,49x = 100 - 77,46 \Leftrightarrow x = \frac{22,54}{6,49} \Leftrightarrow x \approx 3,5$$

Em 2003.

15.5. Supondo que o modelo se mantém válido, determine o preço médio de um apartamento em 2030?

$$y = 6,49 \times 30 + 77,46 = 194,7 + 77,46 = 272,16$$

272,16 mil euros.

16. Escreva uma expressão de analítica de uma função afim  $f$  tal que:

16.1.  $f$  tem um zero em  $x = 3$  e é crescente.

$$\text{Por exemplo, } f(x) = x - 3$$

16.2.  $f$  é negativa em  $]2, +\infty[$  e  $f(1) = 1$

Se  $f$  é negativa em  $]2, +\infty[$  então o declive da função é negativo e 2 é o zero de  $f$ , logo  $(2, 0)$  é ponto da função.

Como  $f(1) = 1$ , então  $(1, 1)$  é ponto da função.

$$a = \frac{1-0}{1-2} = -1$$

$$f(x) = ax + b \Leftrightarrow 1 = -1 \times 1 + b \Leftrightarrow b = 2$$

$$f(x) = -x + 2$$

17. Os alunos do 12.º ano de uma escola resolveram vender camisolas para angariar fundos para uma viagem de finalistas.

Sabe-se que:

- a relação entre o número de camisolas vendidas e a diferença entre o valor investido e ganho com a venda das camisolas é dada por uma função afim;
- se venderem 20 camisolas têm prejuízo de 120 euros;
- se venderem 50 camisolas têm um lucro de 210 euros.

17.1. Determine o número mínimo de camisolas que é necessário vender para conseguirem ter lucro.

Seja  $f$  a função afim.

$$f(x) = ax + b, \quad a, b \in \mathbb{R}. \quad \text{São pontos da função } (20, -120) \text{ e } (50, 210)$$

$$a = \frac{210 - (-120)}{50 - 20} = \frac{330}{30} = 11$$

$$b: f(50) = 210 \Leftrightarrow 11 \times 50 + b = 210 \Leftrightarrow b = 210 - 550 \Leftrightarrow b = -340$$

$$f(x) = 11x - 340$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 11x - 340 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{340}{11} \Leftrightarrow x \approx 30,9$$

31 camisolas

17.2. Quanto dinheiro conseguem angariar se venderem 100 camisolas.

Justifique a resposta.

$$f(100) = 11 \times 100 - 340 = 760 \text{ €}$$