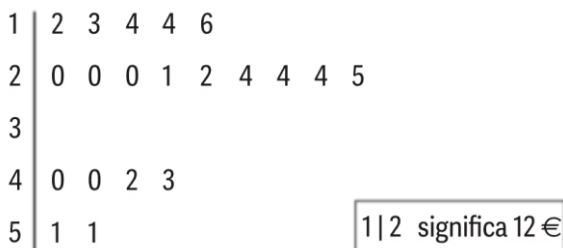




1. A Helena, dirigente de uma associação regional de atletismo participante no campeonato nacional de Desporto Escolar, aproveitou o período dos saldos no comércio tradicional de Vila Rica, para comprar presentes para oferecer aos atletas da sua região.

O diagrama de caule-e-folhas seguinte apresenta os 20 registos do custo, em euros, dos 20 presentes que comprou.



- 1.1. Qual é a percentagem de presentes com custo de, pelo menos, 20?

$$\frac{15}{20} \times 100 = 75\%$$

- 1.2. Recorrendo à calculadora gráfica, determine o valor da média (\bar{x}) e o valor do desvio-padrão (s) do custo dos presentes que a Helena comprou.

Apresente o valor do desvio -padrão arredondado às centésimas.

Apresente a(s) lista(s) que introduziu na calculadora para obter \bar{x} e σ .

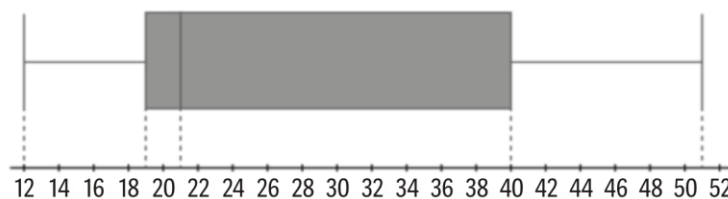
rad ESTATÍSTICA		
Dados		Gráfico
Valores V1	Frequências NI	Valores V2
12	1	
13	1	
14	2	
16	1	
20	3	
21	1	
22	1	
24	3	
25	1	
40	2	
42	1	
43	1	
51	2	

rad ESTATÍSTICA		
Dados		Gráfico
		Estat
		V1/N1
Dimensão	n	20
Mínimo	Min	12
Máximo	Max	51
Amplitude	R	39
Média	\bar{x}	26.8
Desvio padrão	σ	12.42819

$$\bar{x} = 26,8$$

$$\sigma \approx 12,43$$

1.3. A Helena construiu o seguinte diagrama de extremos e quartis, para apresentar os dados do diagrama de caule-e-folhas.



“A Helena enganou-se nos cálculos necessários para fazer corretamente o diagrama.”

Comente a afirmação.

A afirmação é verdadeira.

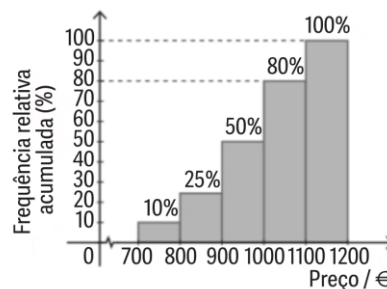
rad ESTATÍSTICA		
Dados	Gráfico	Estat
		V1/N1
Desvio padrão σ		12.42819
Variância σ^2		154.46
Primeiro quartil Q_1		18
Terceiro quartil Q_3		40
Mediana Me		23
Amplitude interquartil IQR		22
Somatório $\sum x$		536
Soma dos quadrados $\sum x^2$		17454
Desvio padrão amostral s		12.75106

Como se verifica, recorrendo à calculadora, $Q_1 = 18$ e não 19 e $Q_2 = Me = \tilde{x} = 23$ e não 21 como consta no diagrama de caule-e-folhas da Helena.

2. A equipa responsável pelo sistema informático do campeonato nacional de Desporto Escolar vai colocar 10 computadores portáteis com ligação à Internet numa zona do recinto destinado às provas de *Boccia*. Antes da compra dos computadores, analisaram a variação do preço de um determinado modelo de computador portátil ao longo de 40 semanas.

Observe a tabela de frequências relativas simples e o respetivo histograma de frequências acumuladas que traduzem a variação do preço em euros.

Preço (euros)	Marca da classe	Frequência relativa (%)
[700, 800[10
[800, 900[15
[900, 1000[
[1000, 1100[30
[1100, 1200[



2.1. Copie e complete a tabela.

Preço	Marca da classe	Frequência relativa (%)
[700,800[750	10%
[800,900[850	15%
[900,1000[950	50% - 25% = 25%
[1000,1100[1050	80% - 50% = 30%
[1100,1200[1150	100% - 80% = 20%

2.2. Sabendo que o preço certo daquele computador portátil é 980 euros:

a) indique se, em média, os preços indicados se aproximaram do valor correto;

$$\bar{x} = 0,10 \times 750 + 0,15 \times 850 + 0,25 \times 950 + 0,3 \times 1050 + 0,2 \times 1150 = 985$$

Portanto, verifica-se que, em média, os preços aproximam-se do valor correto.

b) verifique se o preço certo daquele computador pertence à classe modal.

A classe modal é [1000,1100[, logo o preço certo não pertence à classe modal.

2.3. Em que classe se encontra o terceiro quartil?

(A) [700,800[(B) [900,1000[(C) [1000,1100[(D) [1100,1200[

O 3.º quartil corresponde a 75% .

OPÇÃO: C

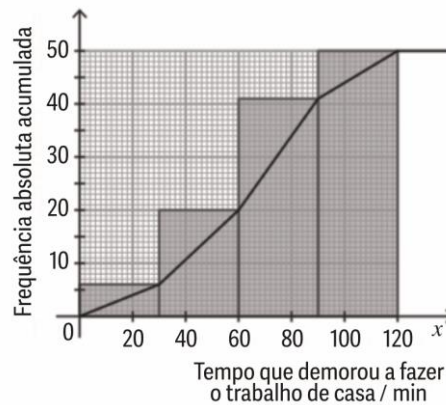
3. Um professor perguntou a 50 alunos do 10.º ano quanto tempo demoraram a fazer o último trabalho de casa. Obtiveram-se os resultados seguintes.

Tempo que demorou a fazer o trabalho de casa (min)	Número de alunos
[0, 30[6
[30, 60[14
[60, 90[21
[90, 120[9
Total	50

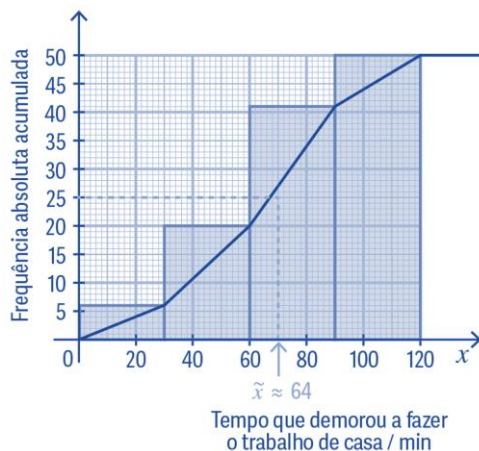
- 3.1. Mostre que a média do tempo que demoraram a fazer o trabalho de casa é, aproximadamente, 64,8 minutos.

$$\bar{x} = \frac{6 \times 15 + 14 \times 45 + 21 \times 75 + 9 \times 105}{50} = \frac{3240}{50} = 64,8 \text{ minutos}$$

- 3.2. O professor utilizou os dados para construir o seguinte gráfico de frequências acumuladas e correspondente função cumulativa.



- a) Utilize o gráfico para fazer uma estimativa para a mediana do tempo que os alunos demoraram a fazer o trabalho de casa e assinale esse valor no gráfico.



- b) Utilize o gráfico para estimar quantos alunos demoraram mais de 100 minutos a realizar o trabalho de casa.

7 alunos

4. Na tabela seguinte, resultados, em segundos de 7 atletas que competiram em 2 provas de juvenis femininos, no campeonato nacional de Desporto Escolar.

80 metros barreiras	12,25	11,77	12,98	15,67	15,24	11,95	13,05
100 metros	12,54	12,15	13,98	14,57	14,08	12,20	13,20

Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, responda às questões que se seguem.

- 4.1. Calcule, com arredondamento à centésima do segundo, a média dos resultados de cada uma das provas.

Ax	By	C	D	E	F	G	H	I
=				=OneVar('x,1): =OneVar('y,1):				
1	12.25	12.54	Título	Estadísticas d...	Estadísticas d...			
2	11.77	12.15	\bar{x}	13.2729	13.2457			
3	12.98	13.98	Σx	92.91	92.72			
4	15.67	14.57	Σx^2	1247.99	1233.93			
5	15.24	14.08	$s_x := s_{n-1}$	1.57089	0.981765			
6	11.95	12.2	$\sigma_x := \sigma_{n-1}$	1.45436	0.908937			
7	13.05	13.2	n	7.	7.			
8			MinX	11.77	12.15			
9			Q_1X	11.95	12.2			
10			MedianX...	12.98	13.2			
11			Q_3X	15.24	14.08			
12			MaxX	15.67	14.57			
13			$SSX := \Sigma$	14.8061	5.78317			

$\bar{x} \approx 13,23$ e $\bar{y} \approx 13,25$

- 4.2. Admita o modelo em que a associação entre variáveis “resultados Na prova dos 80 metros barreiras (x)” e “resultado na prova dos 100 metros (y)” é, aproximadamente linear. Considere a equação $y = ax + b$, da reta de regressão linear.

Indique os valores de a , de b e do coeficiente de correlação linear, r , com arredondamento às milésimas.

Ax	By	C	D	E	F	G	H	I
=				=OneVar('x,1): =OneVar('y,1):				
1	12.25	12.54	Título	Estadísticas d...	Estadísticas d...			
2	11.77	12.15	\bar{x}	13.2729	13.2457			
3	12.98	13.98	Σx	92.91	92.72			
4	15.67	14.57	Σx^2	1247.99	1233.93			
5	15.24	14.08	$s_x := s_{n-1}$	1.57089	0.981765			
6	11.95	12.2	$\sigma_x := \sigma_{n-1}$	1.45436	0.908937			
7	13.05	13.2	n	7.	7.			
8			MinX	11.77	12.15			
9			Q_1X	11.95	12.2			
10			MedianX...	12.98	13.2			
11			Q_3X	15.24	14.08			
12			MaxX	15.67	14.57			
13			$SSX := \Sigma$	14.8061	5.78317			

$a \approx 0,565$; $b \approx 5,749$ e $r \approx 0,904$

4.3. Tendo em conta o valor do coeficiente de correlação linear obtido, podemos afirmar que a correlação entre as variáveis é:

- (A) positiva fraca (B) nula (C) negativa forte (D) positiva forte

OPÇÃO: D

4.4. faça uma estimativa, com arredondamento à centésima do segundo, Do resultado de um atleta na prova dos 100 m, sabendo que realizou a prova dos 80 metros barreiras em 13,20 segundos

Equação da reta de regressão: $y = 0,565x + 5,749$

$x = 13,2$

$y = 0,565 \times 13,2 + 5,749 = 13,21$ segundos

5. A temperatura média anual e a latitude de algumas capitais dos países da União Europeia são, aproximadamente, as que estão registadas na tabela.

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica, responda às questões que se seguem.

5.1. Calcule a média e o desvio-padrão das variáveis temperatura e latitude.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Capitais	Temperatura (°C)	Latitude N (°)
Lisboa	19	39
Madrid	19	40
Paris	15	49
Londres	14	53
Amsterdão	13	54
Bruxelas	14	52
Luxemburgo	14	50
Bona	13	52
Roma	22	42
Atenas	24	37
Dublin	13	53
Copenhaga	11	54

temp	lat	estatística	valor
		\bar{x}	15.9167
		Σx^2	3223.
		$s_x := s_{n-1}$	4.07784
		$\sigma_x := \sigma_{n-1}$	3.90424
		n	12.
		MinX	11.
		Q_1X	13.
		MedianX...	14.
		Q_3X	19.
		MaxX	24.
		$SSX := \Sigma (x_i - \bar{x})^2$	182.917

Temperatura: $\bar{x} \approx 16^\circ \text{ C}$ e $s \approx 4^\circ \text{ C}$

Latitude: $\bar{y} \approx 48^\circ$ e $s \approx 6^\circ$

5.2. Averigue se existe algum tipo de correlação entre as duas variáveis.

A	temp	B	lat	C	D	E	F	G	H	I	J
=							=LinRegM				
1	19	39		Título	Regress...						
2	19	40		RegEqn	m*x+b						
3	15	49		m	-1.49294						
4	14	53		b	71.6793						
5	13	54		r²	0.884534						
6	14	52		r	-0.9404...						
7	14	50		Resid	{-4.3134...						
8	13	52									
9	22	42									
10	24	37									
11	13	53									
12	11	54									

$r \approx -0,9404$, logo, existe correlação linear negativa forte

6. Um grupo de comunicação tem vários departamentos entre os quais o departamento de marketing e o departamento editorial.

Apresentam-se, a seguir, duas tabelas referentes à admissão de pessoal que decorreu no ano passado.

As tabelas de candidatos a trabalhar nesses departamentos, estão organizadas por sexo, departamento e decisão de admissão.

Departamento de marketing			Departamento editorial		
	Admitido	Não admitido		Admitido	Não admitido
Mulheres	7	1	Mulheres	13	12
Homens	40	10	Homens	13	20

6.1. Mostre que a percentagem de mulheres admitidas, relativamente ao total de candidatos, é superior, para cada um dos departamentos, à percentagem de homens admitidos relativamente ao total de homens candidatos.

“Como consequência, os homens sentem-se discriminados neste concurso de trabalho...”

Mulheres:

Departamento marketing: $\frac{7}{8} \times 100 = 87,5\%$

Departamento editorial: $\frac{13}{25} \times 100 = 52\%$

Homens:

Departamento marketing: $\frac{40}{50} \times 100 = 80\% < 87,5\%$

Departamento editorial: $\frac{13}{33} \times 100 \approx 39\% < 52\%$

6.2. na tabela seguinte reuniram-se os candidatos, no total, admitidos e não admitidos.

	Admitido	Não admitido
Mulheres	20	13
Homens	53	30

Mostre que a percentagem de mulheres admitidas relativamente ao total de mulheres candidatas é menor que a percentagem de homens admitidos relativamente ao total de homens candidatos.

“Como consequência, as Mulheres sentem-se discriminadas neste concurso de trabalho...”

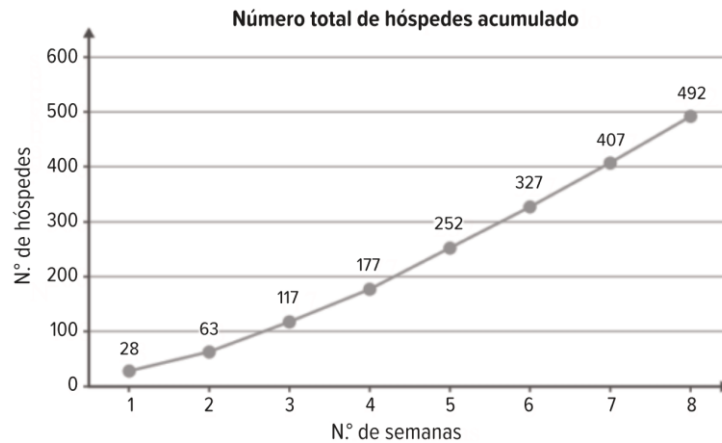
Mulheres: $\frac{20}{33} \approx 60,6\%$

Homens: $\frac{53}{33} \approx 63,9\% > 60,6\%$

6.3. explique porque é que, paradoxalmente, cada concurso por departamento favorece as mulheres e no global o concurso favorece os homens.

O número de homens e mulheres admitidos e não admitidos por departamento são muito distintos uns dos outros o que faz com que essas diferenças sejam reduzidas quando se juntam os candidatos e as candidatas no concurso global.

7. Após oito semanas da inauguração de um hotel, foi feito um estudo sobre a sua ocupação, tendo sido apresentado o seguinte gráfico.



- 7.1. Em duas das semanas consideradas, o número de hóspedes foi igual. Identifique essas semanas, justificando.

Recorrendo à tabela de frequências absolutas, temos:

Semana	Número de hóspedes
1	28
2	$63 - 28 = 35$
3	$117 - 63 = 54$
4	$177 - 117 = 60$
5	$252 - 177 = 75$
6	$327 - 252 = 75$
7	$407 - 327 = 80$
8	$492 - 407 = 85$

Portanto, nas semanas 5 e 6 o número de hóspedes foi igual.

- 7.2. A Direção do hotel prevê uma diminuição de 20% no número de hóspedes para a semana 9, em relação ao número de hóspedes da semana 8.

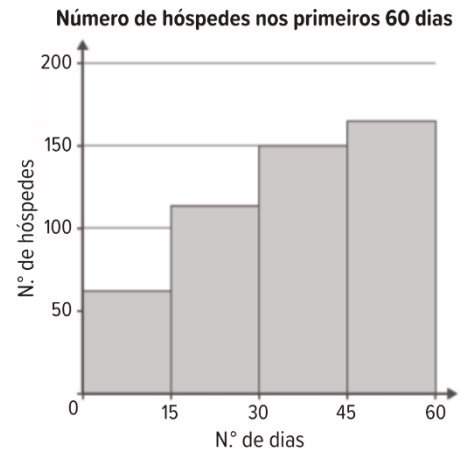
Determine o número previsto de hóspedes para a semana 9.

Na semana 8 estiveram no hotel 85 hóspedes. Como se prevê uma diminuição de 20% para a semana 9, então o número de hóspedes é de 80%, em relação à semana 8, isto é, $0,8 \times 85 = 68$ hóspedes na semana 9

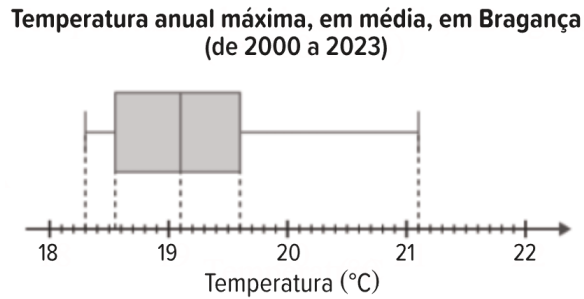
7.3. O setor de *Marketing*, na comemoração do 60.º dia de abertura do hotel, lançou uma campanha, com a divulgação do gráfico e do *slogan* apresentados ao lado.

Na sua opinião, o tipo de gráfico apresentado é compatível com o *slogan*? Fundamente a sua opinião.

No gráfico verificamos que a amplitude das classes é 15, o que significa que os dados foram agrupados em quinzenas. O que se verifica é que quinzenalmente o número de hóspedes foi aumentando, mas, pela forma como os dados, na tabela estão agrupados, não é possível concluir que diariamente o número de hóspedes tenha aumentado. Pelo que, a mensagem do *slogan* e o gráfico não são compatíveis.



8. As temperaturas anuais máximas, em média, no município de Bragança, de 2000 a 2023, estão representadas no diagrama de extremos e quartis.



Qual das opções pode ser P_{70} (percentil 70) do conjunto de dados?

- (A) 20,3 (B) 19,4 (C) 19,8 (D) 18,7

A partir do diagrama de extremos e quartis, verificamos que:

$$\tilde{x} = Q_2 = P_{50} = 19,1 \text{ e } Q_3 = P_{75} = 19,6$$

Como $P_{50} < P_{70} < P_{75}$, então, $P_{70} = 19,4$

OPÇÃO: B

9. Numa empresa, em cada mês, é registado o número de acidentes de trabalho. Em relação ao último ano, os acidentes de trabalho estão representados no seguinte gráfico de pontos.



- 9.1. Em média, quantos acidentes de trabalho houve por mês? Apresente o resultado arredondado às décimas.

$$\bar{x} = \frac{2 \times 0 + 2 \times 1 + 4 \times 2 + 2 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 8}{12} \approx 2,3$$

- 9.2. Houve uma certificação dos dados e concluiu-se que o registo de oito acidentes de trabalho num dado mês está errado. Foi feita a correção e a média do número de acidentes por mês passou a ser igual à mediana do conjunto de dados.

Em vez de oito acidentes de trabalho, o valor correto deverá ser:

- (A) 4 (B) 6 (C) 0 (D) 2

Observando o gráfico verificamos que se substituirmos o 8 por 4, o gráfico fica simétrico, em relação a 2, havendo simetria a média é igual à mediana.

OPÇÃO: A

10. Vários são os fatores que contribuem para uma vida saudável, entre outros, a alimentação, o exercício físico e o sono.

A qualidade do descanso, durante o sono, pode ser melhorada com os chamados sobrecolchões, também conhecidos por *toppers*, que são acessórios para colocar por cima do colchão, proporcionando maior conforto durante o sono.

Num teste a um conjunto de sobrecolchões foram registados dados relativos a: **numero de camadas** (x) e **espessura** (y). Na tabela são apresentados os resultados.

Sobrecolchão: número de camadas/espessura										
N.º de camadas (x)	3	3	4	5	6	6	7	7	9	10
Espessura (em cm) (y)	9,8	9,2	8,6	8,5	7,4	7	6	7,5	5,5	5

10.1. Na figura está representado o diagrama de dispersão correspondente ao conjunto de dados.

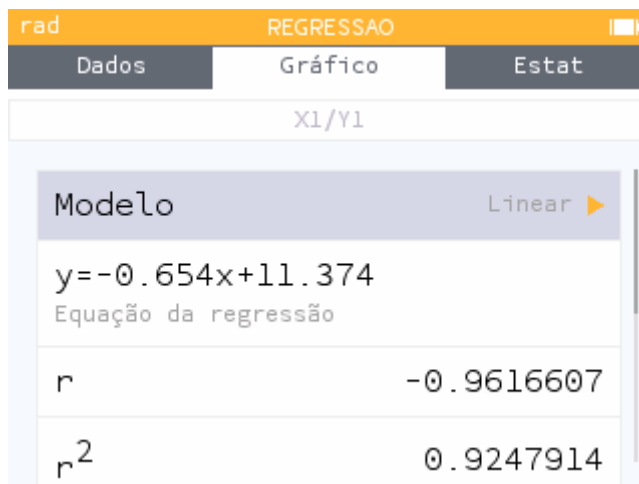
a) Que tipo de correlação linear identificas?

A correlação linear é negativa.

À medida que a variável x aumenta a variável y diminui.

b) Determine o coeficiente de correlação linear.

Apresente o resultado arredondado às milésimas.



Recorrendo à calculadora gráfica

$r \approx 0,962$

10.2. Considere x a variável independente ou explanatória e y a variável dependente ou resposta e determine, neste caso, uma equação da reta de regressão linear. A partir dela preveja um valor da espessura de um sobrecolchão com oito camadas.

Apresente o resultado arredondado às décimas.

Recorrendo à alínea anterior, temos, $y = -0,654x + 11,374$

Assim, a espessura de um sobrecolchão com 8 camadas é:

$$x = 8$$

$$y = -0,654 \cdot 8 + 11,374 = 6,142 \approx 6,1$$

Portanto a espessura do colchão é 6,1 cm

11. A ParaPagar tem 150 funcionários na região de Lisboa e Vale do Tejo cujas idades se apresentam no histograma de frequências absolutas acumuladas, representado na figura, organizadas nas classes $[18, 28[$, $[28, 38[$... $[58, 68[$.

11.1. Considere que, com os dados apresentados no histograma da figura, será construído um gráfico circular, em que cada setor corresponde ao número de funcionários da região Lisboa e Vale do Tejo, de acordo com as suas idades.

A amplitude do ângulo ao centro, em graus,

corresponde ao setor circular relativo ao número de funcionários cuja idade pertence à classe $[18, 28[$ será:

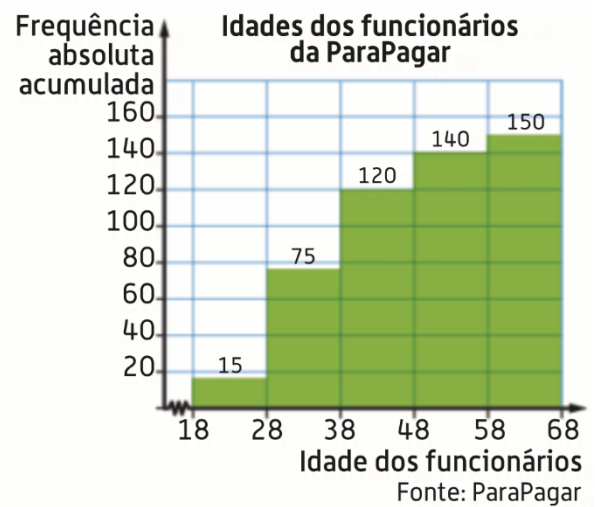
- (A) 15° (B) 18° (C) 33° (D) 36°

$$150 \longrightarrow 360^\circ$$

$$15 \longrightarrow x$$

$$x = \frac{15 \times 360}{150} = 36$$

OPÇÃO: D



11.2. Na tabela, apresentam-se, organizadas por classes, as idades dos 100 funcionários da ParaPagar da região do Algarve.

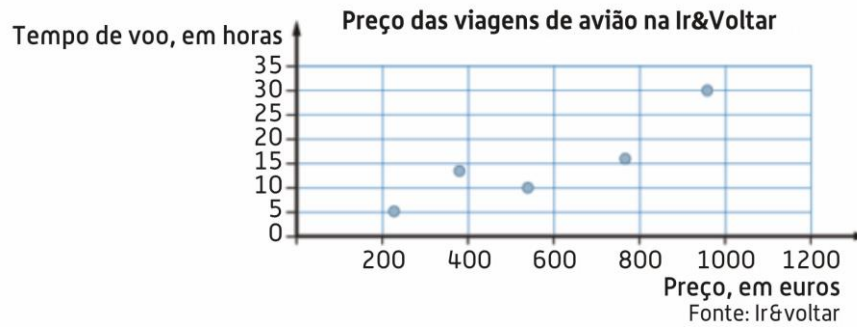
Idade	[18, 28[[28, 38[[38, 48[[48, 58[[58, 68[
N.º de funcionários	30	25	30	10	5

Apresente a tabela de frequências relativas acumuladas para as idades dos 250 funcionários da ParaPagar, 150 da região de Lisboa e Vale do Tejo e 100 da região do Algarve.

Na sua resposta, mantenha as classes utilizadas.

Classes	f_a	F_a	f_r
[18, 28[$30+15=45$	45	$\frac{45}{250}=0,18$
[28, 38[$25+20=45$ $45+40=85$	140	$\frac{140}{250}=0,56$
[38, 48[$30+45=75$	205	$\frac{205}{250}=0,82$
[48, 58[$10+20=30$	235	$\frac{235}{250}=0,94$
[58, 68[$5+10=15$	250	$\frac{250}{250}=1$
	250		

12. O diagrama de dispersão representado na figura mostra uma forte associação linear positiva entre o preço das viagens de avião vendidas na agência de viagens Ir&Voltar, num determinado período de tempo, e as horas de voo despendidas na viagem de ida e volta.



Em cada uma das opções seguintes, são dados um valor de r , coeficiente de correlação linear, e a equação de uma reta.

Em qual das opções poderão estar representados o valor de r e uma equação da reta de regressão linear da distribuição representada na figura anterior?

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| (A) $r = -0,92$
$y = 0,03x - 0,86$ | (B) $r = -0,2$
$y = -0,03x - 0,86$ |
| (C) $r = 0,92$
$y = -0,03x - 0,86$ | (D) $r = 0,89$
$y = 0,03x - 0,86$ |

Verificamos no gráfico que o declive da reta é positivo, (A) ou (D) e a coeficiente de correlação também é positivo (D).

OPÇÃO: D

13. A *Net Promoter Score (NPS)* é um dos indicadores mais utilizados para aferir o grau de satisfação dos clientes relativamente a uma empresa.

Para calcular o *NPS*, um conjunto de clientes responde à questão:

«Numa escala de 0 a 10, recomendaria a nossa empresa a um amigo?»

Em que 0 representa «nada provável» e 10 «extremamente provável».

Recolhidas as respostas, os clientes são divididos em três grupos: Promotores, se atribuem 9 ou 10 pontos; Neutros, se atribuem 7 ou pontos; Detratores, se atribuem entre 0 e 6 pontos.

De seguida, aplica-se a fórmula:

$$NPS = \text{percentagem de Promotores} - \text{percentagem de Detratores}$$

O valor *NPS* obtido pode variar entre -100% e 100%.

Na tabela, apresenta-se a escala de classificação do grau de satisfação dos clientes de uma empresa, de acordo com o resultado do *NPS*, arredondado às unidades.

<i>NPS</i> (%)	-100 a -1	0 a 49	50 a 74	75 a 100
Classificação do grau de satisfação	Zona crítica	Zona de aperfeiçoamento	Zona de qualidade	Zona de excelência

13.1. A empresa de cruzeiros *LZD* pretende aferir o grau de satisfação dos seus clientes.

Para isso, recolheu os resultados da pontuação atribuída por 1080 dos seus clientes.

Na tabela, apresentam-se os resultados obtidos.

	Detratores						Neutros		Promotores		
N.º de clientes											
Pontos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	0	34	25	9	0	22	30	124	170	369	297

13.1.1. Atualmente, para aferir o grau de satisfação dos seus clientes, a empresa de cruzeiros *LZD* recorre ao cálculo do *NPS*, mas anteriormente, recorria ao cálculo da média das pontuações atribuídas pelos clientes.

Admita que uma média de pontuações igual ou superior a 9 pontos corresponde a um grau de satisfação numa Zona de excelência.

Prove que o grau de satisfação dos clientes não se encontra na Zona de excelência, independentemente da forma de aferição, recorrendo aos dados das tabelas anteriores.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve duas casas decimais.

Na sua resposta, apresente:

- a média das pontuações atribuídas pelos clientes;
- o valor do *NPS*.

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica, temos os dados numa tabela de frequências absolutas.

Pontos	N.º de clientes
0	0
1	34
2	25
3	9
4	0
5	22
6	30
7	124
8	170
9	369
10	297

rad ESTATISTICA		
Dados	Gráfico	Estat
Valores V1	Frequências N1	Valores V2
0	0	
1	34	
2	25	
3	9	
4	0	
5	22	
6	30	
7	124	
8	170	

rad ESTATISTICA		
Dados	Gráfico	Estat
		V1/N1
Dimensão	n	1080
Mínimo	Min	1
Máximo	Max	10
Amplitude	R	9
Média	\bar{x}	8.259259
Desvio padrão	σ	2.089969
Variância	σ^2	4.36797
Primeiro quartil	Q1	8
Tercer quartil	Q3	10

Como $\bar{x} \approx 8,26 < 9$, não se atingiu o grau de satisfação numa Zona de excelência .

Usando o método *NPS*

Pontos	N.º de clientes	%	
0	0	$\frac{0}{1080} = 0,00\%$	11,11 %
1	34	$\frac{34}{1080} = 3,15\%$	
2	25	$\frac{25}{1080} = 2,31\%$	
3	9	$\frac{9}{1080} = 0,83\%$	
4	0	$\frac{0}{1080} = 0,00\%$	
5	22	$\frac{22}{1080} = 2,04\%$	
6	30	$\frac{30}{1080} = 2,78\%$	
7	124	$\frac{124}{1080} = 11,48\%$	
8	170	$\frac{170}{1080} = 15,74\%$	
9	369	$\frac{369}{1080} = 34,17\%$	61,67 %
10	297	$\frac{297}{1080} = 27,50\%$	

$$NPS = \text{percentagem de Promotores} - \text{percentagem de Detratores} = 61,67\% - 11,11\% = 50,56\%$$

<i>NPS</i> (%)	-110 a -1	0 a 49	50 a 74	75 a 100
Classificação do grau de satisfação	Zona crítica	Zona de aperfeiçoamento	Zona de qualidade	Zona de excelência

Utilizando os dois métodos, o grau de satisfação não atinge a Zona de excelência, ficando ambos na Zona de qualidade.

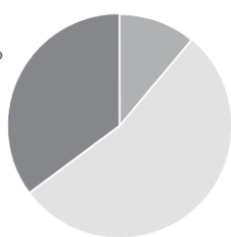
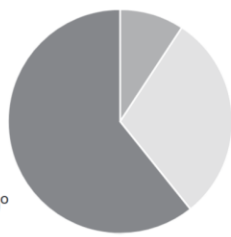
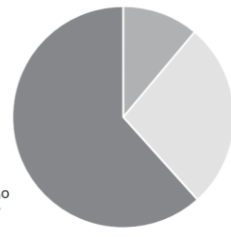
13.1.2. Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.
 Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguida da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

A moda das pontuações atribuídas pelos Detratores é **I** .

Os clientes Neutros representam, com arredondamento às unidades, aproximadamente **II** % da amostra.

A mediana das pontuações atribuídas pelos 1080 clientes é **III** .

Os resultados obtidos estão organizados no gráfico circular **IV** , no qual se apresenta a amplitude, em graus, de um dos setores.

I	II	III	IV
a) 1	a) 31	a) 10	a)  <div style="display: flex; justify-content: flex-end; align-items: center; margin-top: 5px;"> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #808080; margin-right: 5px;"></div> Detratores <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #d3d3d3; margin-right: 5px; margin-bottom: 5px;"></div> Neutros <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #404040; margin-right: 5px;"></div> Promotores </div>
b) 3	b) 29	b) 9	b)  <div style="display: flex; justify-content: flex-end; align-items: center; margin-top: 5px;"> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #808080; margin-right: 5px;"></div> Detratores <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #d3d3d3; margin-right: 5px; margin-bottom: 5px;"></div> Neutros <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #404040; margin-right: 5px;"></div> Promotores </div>
c) 6	c) 27	c) 8	c)  <div style="display: flex; justify-content: flex-end; align-items: center; margin-top: 5px;"> <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #808080; margin-right: 5px;"></div> Detratores <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #d3d3d3; margin-right: 5px; margin-bottom: 5px;"></div> Neutros <div style="width: 15px; height: 15px; background-color: #404040; margin-right: 5px;"></div> Promotores </div>

I **a)** é o que tem maior frequência absoluta

II **c)** $11,48\% + 15,74\% \approx 27\%$

III **b)**

ESTATÍSTICA		
Dados	Gráfico	Estat
		VI/NI
Amplitude	R	9
Média	\bar{x}	8.259259
Desvio padrão	σ	2.089969
Variância	σ^2	4.36797
Primeiro quartil	Q1	8
Terceiro quartil	Q3	10
Mediana	Me	9
Amplitude interquartil	IQR	2
Somatório	$\sum x$	8920

IV c) A percentagem relativa aos promotores é 61,67%, então, temos que:

$$\frac{61,67}{100} = \frac{x}{360} \Leftrightarrow x = \frac{61,67 \times 360}{100} \Leftrightarrow x = 222,012^\circ$$

13.2. Analisados os resultados obtidos numa outra amostra composta por 1000 clientes da empresa *LZD*, conclui-se que 723 são clientes Promotores.

Admita que os clientes Detratores representam 8% da amostra.

Determine, para esta amostra, o número mínimo de clientes Neutros que teriam de passar a Promotores para que a empresa *LZD* se classificasse na Zona de excelência, de acordo com o resultado *NPS* obtido.

Como 723 clientes são promotores, então a percentagem é $\frac{723}{1000} \times 100 = 72,3\%$

Para ficar na Zona de excelência o valor *NPS* tem que ser superior a 75%

$$\begin{aligned} NPS &= \text{percentagem de Promotores} - \text{percentagem de Detratores} = \\ &= 72,3\% - 8\% = 64,3\% \end{aligned}$$

$$75\% - 64,3\% = 10,7\%$$

Assim, faltam 10,7% para chegar à Zona de excelência, isto é, $\frac{10,7}{100} \times 1000 = 107$

Portanto seriam necessários 108 ou mais clientes.

14. A venda de bilhetes para o concerto da banda *BigBand* gerou tanta procura que, na véspera do primeiro dia de venda, se formou fila para a aquisição de bilhetes à porta da bilheteira.

Ao longo do primeiro dia de venda dos bilhetes, as pessoas foram questionadas sobre o número de horas que permaneceram na fila antes da abertura da bilheteira (x) e sobre O Tempo, em horas, que decorreu desde a abertura da bilheteira até terem adquirido os bilhetes (y).

A tabela apresenta as respostas dadas por das pessoas questionadas: A, B, C, D, E, F e G .

Pessoa	x (horas)	y (horas)
A	30	0,5
B	24	1
C	22,5	2
D	18	4
E	12	8
F	8	9
G	3	12

Admita que a relação entre as variáveis x e y , da tabela, é bem aproximada por uma regressão linear, na forma $y = ax + b$.

Determine qual poderá ter sido o tempo que decorreu desde a abertura da bilheteira até a aquisição dos bilhetes por parte de uma pessoa que tenha estado seis horas na fila antes da abertura da bilheteira.

Apresente o resultado em horas, arredondado às unidades.

Na sua resposta, apresente a equação da reta de regressão, com os valores de a e de b arredondados com três casas decimais.

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica:



$$y = -0,459x + 12,913$$

O tempo total de espera de uma pessoa que esteve 6 horas na fila antes da abertura da bilheteira:

$$y = -0,459 \times 6 + 12,913 = 10,159 \approx 10 \text{ horas}$$

15. Nos 12 últimos jogos da equipa de futebol do Grupo Desportivo de Altivo (*GDA*), registou-se o número de sócios do clube desportivo *GDA* que foram assistir ao jogo. A seguir, apresentam-se os dados registados.

15 680	17 549	14 746	19 418	20 353	22 222
28 763	26 894	34 370	37 174	38 108	39 043

Determine a média e o desvio-padrão dos dados registados.

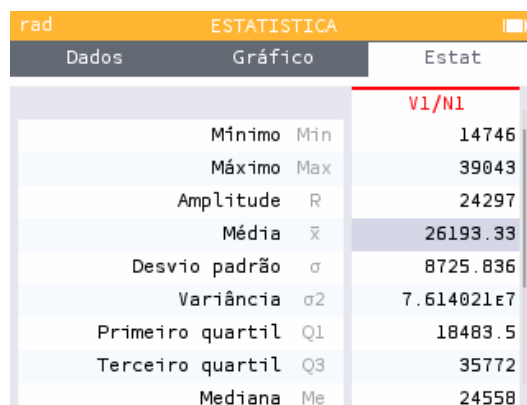
Apresente os resultados com arredondamento às centésimas.

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, no mínimo, quatro casas decimais.

Recorrendo à calculadora gráfica:



Valores V1	Frequências N1	Valores V2
15680	1	
17549	1	
14746	1	
19418	1	
20353	1	
22222	1	
28763	1	
26894	1	
34370	1	



	V1/N1
Mínimo Min	14746
Máximo Max	39043
Amplitude R	24297
Média \bar{x}	26193.33
Desvio padrão σ	8725.836
Variância σ^2	7.614021e7
Primeiro quartil Q1	18483.5
Terceiro quartil Q3	35772
Mediana Me	24558

Média: 26 193,33

Desvio-padrão: 8 725,84

16. A maratona é a última prova em diversos encontros desportivos.

Existem diversos estudos estatísticos sobre esta prova, que envolvem dados como o tempo de conclusão da prova, a frequência cardíaca dos atletas no final da prova ou as condições climatéricas.

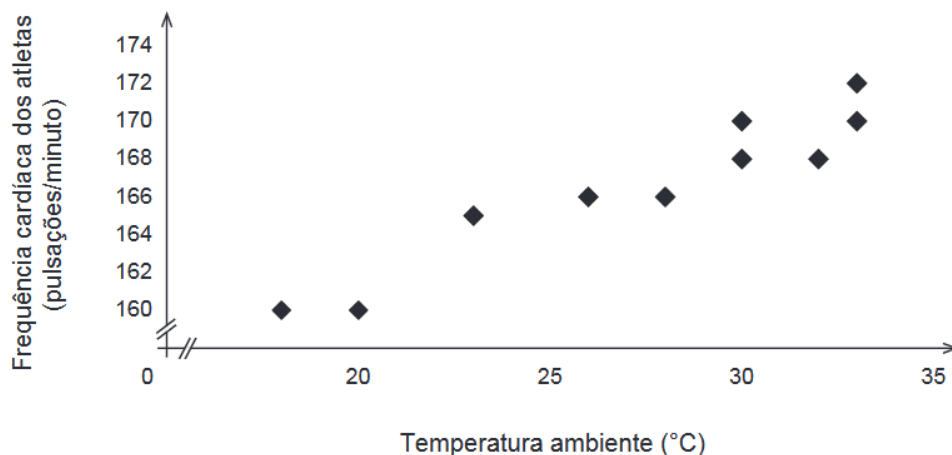
Na tabela seguinte, estão parcialmente registados os dados referentes à frequência cardíaca do atleta vencedor da maratona, no momento em que acaba a prova, nas edições do encontro Desportivo Internacional dos últimos dez anos.

Sabe-se ainda que:

- a média dos valores constantes da tabela é 166,5 ;
- P representa as pulsações por minuto do atleta que venceu a maratona na edição de 2012.

Ano	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Frequência cardíaca (pulsações/minuto)	165	166	166	168	170	170	P	160	160	168

Na figura, está representado o diagrama de dispersão da temperatura ambiente, em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), e da frequência cardíaca, em pulsações por minuto, dos atletas referidos na tabela anterior, no final da prova.



16.1. Considere as seguintes afirmações.

O atleta vencedor em 2012 terminou a maratona com uma frequência cardíaca entre 169 e 171 pulsações por minuto.

A mediana das frequências cardíacas é 170 pulsações por minuto.

O coeficiente de correlação linear entre a temperatura ambiente e a frequência cardíaca dos atletas pode ser $-0,85$.

Elabore uma pequena composição na qual justifique, com base nos dados apresentados, que as três afirmações são falsas.

$$\bar{x} = 166,5 \Leftrightarrow \frac{165+166+166+168+170+170+P+160+160+169}{10} = 166,5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1493+P}{10} = 166,5 \Leftrightarrow P = 1665 - 1493 \Leftrightarrow P = 172$$

Como, 172 não está entre 169 e 171, a primeira afirmação é falsa.

Recorrendo à calculadora gráfica



Pelo que a segunda afirmação também é falsa.

A última afirmação também é falsa, porque, pela observação da figura, podemos verificar que, quando a temperatura ambiente sobe as frequências cardíacas dos atletas também sobe, isto é, o coeficiente de correlação é positivo.

16.2. A reta de equação $y = 0,71x + 147,1$ é a que melhor se ajusta ao diagrama de dispersão apresentado na figura, em que representa a frequência cardíaca do atleta vencedor, em pulsações por minuto, e x representa a temperatura ambiente no final da prova, em °C.

Conclua, atendendo à reta ajustada ao diagrama, se 31,7 °C será um valor admissível da temperatura ambiente registada no final da maratona, no ano de 2006.

$$y = 0,71 \times 31,7 + 147,1 = 169,607$$

Comparando o valor da frequência cardíaca registado em 2006, que era de 165 p/m, podemos concluir que não é uma temperatura admissível para a maratona de 2006.