



1. A seguir está representado um conjunto de 15 dados, sendo um deles  $b$ .  
Sabe-se que o valor mínimo e o valor máximo do conjunto de dados são 10 e 16, respetivamente.

12	$b$	10	15	16
11	15	13	12	10
15	10	12	10	12

Indique um valor a atribuir a  $b$  de modo que a moda seja:

$\{10, 10, 10, 10, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 15, 15, 15, 16\}$

- 1.1. unimodal;  
10 ou 12
  - 1.2. bimodal;  
Um valor que seja diferente de 10, 12 ou 15, e que seja maior do que 10 e menor ou igual a 16.  
Por exemplo 11
  - 1.3. plurimodal.  
15
2. As idades, em anos, dos Encarregados de Educação dos alunos de uma turma estão organizados na tabela.

$x_i$	36	38	39	40	42	43	45
$n_i$	3	3	4	5	4	2	4

Determine, arredondada às unidades, a idade média dos Encarregados de Educação.

$$\bar{x} = \frac{36 \times 3 + 38 \times 3 + 39 \times 4 + 40 \times 5 + 42 \times 4 + 43 \times 2 + 45 \times 4}{25} \approx 40$$

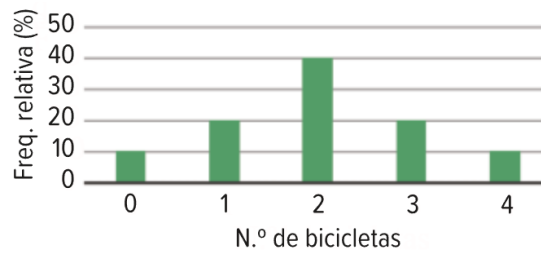
Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica:

Valores V1	Frequências N1	Valores V2
36	3	
38	3	
39	4	
40	5	
42	4	
43	2	
45	4	

	V1/N1
Dimensão n	25
Mínimo Min	36
Máximo Max	45
Amplitude R	9
Média $\bar{x}$	40.48
Desvio padrão $\sigma$	2.773013
Variância $\sigma^2$	7.6896
Primeiro quartil Q1	38.5

Média: 40

3. O número de bicicletas existentes em cada família de um conjunto de alunos está representado no gráfico.



Qual é o número médio de bicicletas por família?

$$\bar{x} = \frac{0 \times 10 + 1 \times 20 + 2 \times 40 + 3 \times 20 + 4 \times 10}{100} = 2$$

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica:

rad		ESTATÍSTICA	
Dados	Gráfico	Estat	
Valores V1	Frequências N1	Valores V2	
0	10		
1	20		
2	40		
3	20		
4	10		

rad		ESTATÍSTICA	
Dados	Gráfico	Estat	
			V1/N1
	Dimensão n		100
	Mínimo Min		0
	Máximo Max		4
	Amplitude R		4
	Média $\bar{x}$		2
	Desvio padrão $\sigma$		1.095445
	Variância $\sigma^2$		1.2
	Primeiro quartil Q1		1

Média: 2

4. Considera a mostra relativa às alturas, em centímetros, de 20 crianças.

120	123	130	129	125
132	125	119	122	115
130	128	125	120	118
126	132	131	125	124

4.1. Construa uma tabela de frequências absolutas simples, agrupando os dados em classes de amplitude 5 e acrescente uma coluna com as marcas das classes.

Classes	Marca de Classe	$f_a$
[115 , 120[	117,5	3
[120 , 125[	122,5	5
[125 , 130[	127,5	7
[130 , 135[	132,5	5
		20

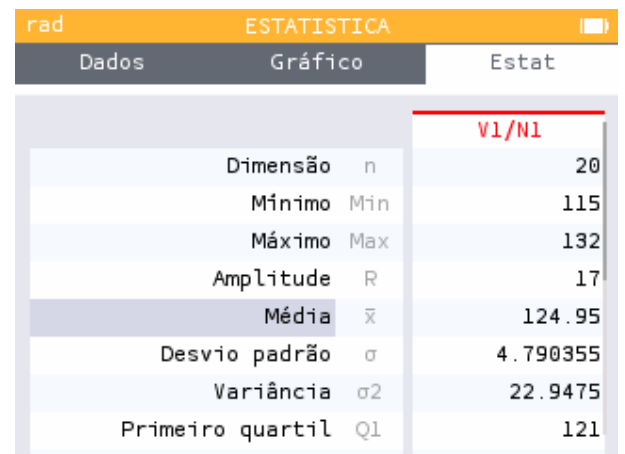
4.2. Calcule um valor aproximado da altura média das crianças.

$$\bar{x} = \frac{117,5 \times 3 + 122,5 \times 5 + 127,5 \times 7 + 132,5 \times 5}{20} \approx 125$$

Recorrendo às capacidades da calculadora gráfica:



Valores V1	Frequências N1	Valores V2
120	1	
123	1	
130	1	
129	1	
125	1	
132	1	
125	1	
119	1	
122	1	
115	1	



	V1/N1
Dimensão n	20
Mínimo Min	115
Máximo Max	132
Amplitude R	17
Média $\bar{x}$	124.95
Desvio padrão $\sigma$	4.790355
Variância $\sigma^2$	22.9475
Primeiro quartil Q1	121

Média: 125

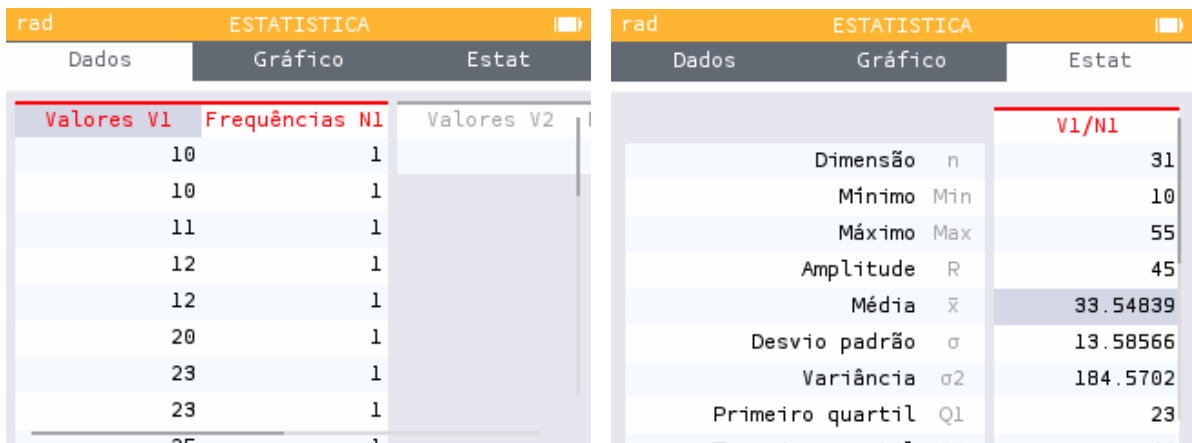
5. O número de películas para telemóveis vendidas por dia, numa loja, no mês de dezembro, está representado no diagrama de caule-e-folhas.

Número de películas vendidas em dezembro

<b>1</b>	0	0	1	2	2				
<b>2</b>	0	3	3	5	5	5	5	6	
<b>3</b>	2	5	5	6	8	8	9	9	
<b>4</b>	3	4	4	4	8	8	9	9	
<b>5</b>	1	1	5						

**Legenda:** 3|2 representa 32 películas

- 5.1. Recorra a calculadora e calcule, em média, número de películas para telemóveis vendidas, por dia, durante o mês de dezembro. Apresente o resultado arredondado às centésimas.



Média: 33,55

- 5.2. Construa uma tabela de frequências absolutas simples, agrupando os dados em classes, em que a primeira é [10 , 20[ e indicando, na última coluna, as marcas das classes.

Classes	$f_a$	Marca de Classe
[10 , 20[	5	15
[20 , 30[	7	25
[30 , 40[	8	35
[40 , 50[	8	45
[50 , 60[	3	55
	31	

- 5.3. Calcule um valor aproximado da média, apresentando um resultado arredondado às centésimas e compare-as com o resultado obtido em 5.1.

$$\bar{x} = \frac{5 \times 15 + 7 \times 25 + 8 \times 35 + 8 \times 45 + 3 \times 55}{31} = \frac{1055}{31} \approx 34,03$$

$$34,03 - 33,55 = 0,48$$

Existe uma diferença de 0,48 entre as médias.

Mas se fizermos o arredondamento às unidades a média é igual.

6. O Tomás fez 2 sequências de rotações de uma roda numerada de 1 a 8. Na primeira sequência, a soma das pontuações obtidas foi 54 e a pontuação média, por rotação, foi 4,5. Na segunda sequência rodou 16 vezes a roda e a pontuação média, por rotação, foi 5,25.



Determine, no conjunto das 2 sequências, a pontuação média, por rotação. Apresente o resultado arredondado às décimas.

Seja  $x$  o número de vezes que o Tomás rodou a roda na primeira sequência.

$$\text{Assim, } \frac{54}{x} = 4,5 \Leftrightarrow x = \frac{54}{4,5} \Leftrightarrow x = 12$$

Seja  $y$  o número de vezes que o Tomás rodou a roda na segunda sequência.

$$\text{Assim, } \frac{y}{16} = 5,25 \Leftrightarrow y = 5,25 \times 16 \Leftrightarrow y = 84$$

Logo, a pontuação média, por rotação, no conjunto das duas sequências é:

$$\bar{x} = \frac{54 + 84}{12 + 16} \approx 4,9$$

7. A média dos salários líquidos mensais dos técnicos de manutenção de uma determinada empresa é 1160 EUR.

7.1. Indique o valor da média dos salários líquidos mensais se cada salário líquido tiver:

- a) um aumento de 50 EUR;

$$1160 + 50 = 1210 \text{ €}$$

- b) um aumento de 5%;

$$1160 \times 1,05 = 1218 \text{ €}$$

- c) uma redução de 1%.

$$1160 \times 0,99 = 1148,4 \text{ €}$$

7.2. Admita que a equipa de técnicos de manutenção é constituída por 8 elementos. No entanto, no final do mês vai ser alterada dado que sairão 2 colaboradores que têm vencimento mensal líquido de 1040 EUR E entrará um novo colaborador com salário mensal líquido de 860 EUR. Determine a média dos salários líquidos mensais após a alteração.

Apresento o resultado, em euros, arredondado às centésimas.

A soma do salário líquido dos 8 técnicos é  $s = 8 \times 1160 \Leftrightarrow s = 9280$

Como saem dois,  $9280 - 2 \times 1040 = 7200$  e, como entra um técnico que vai receber 860 € de salário líquido, então  $7200 + 860 = 8060$ .

$$\therefore \bar{x} = \frac{8060}{7} \approx 1151,43 \text{ €}$$

8. Um conjunto de alunos foi questionado sobre o número de computadores existentes nas suas casas. Os resultados foram:

$x_i$	$f_a$
1	2
2	11
3	15
4	8
5	5

8.1. Complete a tabela com as frequências absolutas e acumuladas.

$x_i$	$f_a$	$F_a$
1	2	2
2	11	13
3	15	28
4	8	36
5	5	41
	41	

8.2. Determine a mediana do conjunto de dados.

Posição:  $\frac{41}{2} = 20,5$ , então  $20 + 1 = 21$ , é a posição da mediana.

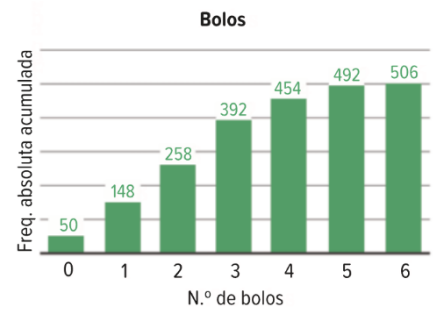
$$\tilde{x} = x_{21} = 3$$

9. Um grupo de pessoas indicou o número de bolos que comeu nos últimos 15 dias.

Os dados foram apresentados no gráfico.

Determine a mediana do conjunto de dados.

O número de dados é 506



Logo,  $\frac{506}{2} = 253$ , como o número de dados é par, a mediana ocupa as posições 253 e 254.

$$\therefore \tilde{x} = \frac{x_{253} + x_{254}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$$

10. Uma loja de computadores registou as seguintes vendas de computadores em 2023, segundo o seu preço:

Preço (€)	Número de computadores
549,99	15
799,99	20
1199,99	50
1799,99	30

- 10.1. Classifique a variável estudo.

Quantitativa discreta

- 10.2. Indique a moda da variável estatística em estudo.

A moda é 1199,99

- 10.3. Determine o valor médio das vendas no ano 2023.

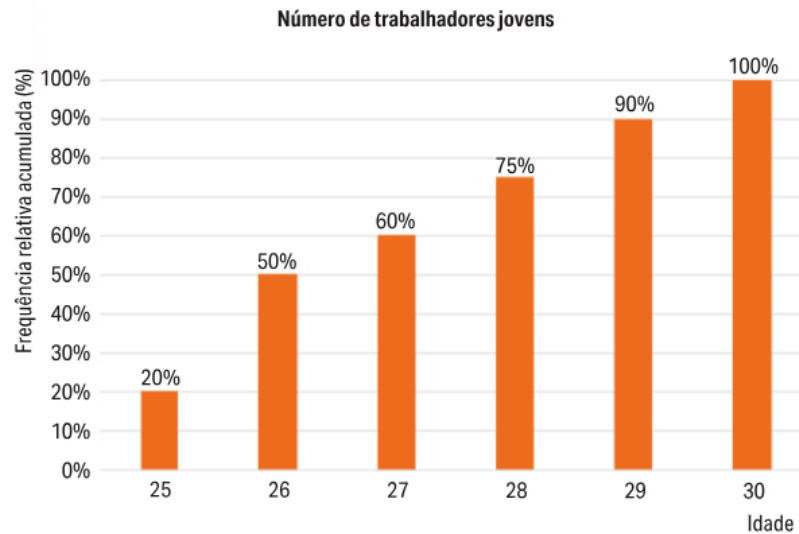
Apresenta resultado com aproximação às centésimas.

Valores V1	Frequências N1	Valores V2
549.99	15	
799.99	20	
1199.99	50	
1799.99	30	

	V1/N1
Dimensão n	115
Mínimo Min	549.99
Máximo Max	1799.99
Amplitude R	1250
Média $\bar{x}$	1202.164
Desvio padrão $\sigma$	420.5272
Variância $\sigma^2$	176843.1
Primeiro quartil Q1	799.99

Média: 1202,16 €

11. Uma empresa fez um estudo sobre o número de jovens que trabalham na empresa. Os resultados constam do seguinte gráfico de barras de frequências relativas acumuladas.



Determine a idade média dos jovens que trabalham na empresa.

$$\bar{x} = 25 \times 0,2 + 26 \times 0,3 + 27 \times 0,1 + 28 \times 0,15 + 29 \times 0,15 + 30 \times 0,1 = 27,05$$

Portanto a idade média dos jovens é 27 anos

12. Vinte analistas financeiros efetuaram uma previsão para o próximo ano sobre o valor ganho em euros por ação de uma empresa.

A empresa seguinte está parcialmente preenchida com os resultados obtidos.

Classes	Marca de Classe	$f_a$	$F_a$	$F_r(\%)$
[6 , 8[	7	3	3	15
[8 , 10[	9	9	12	60
[10 , 12[	11	5	5	85
[12 , 14[	13	2	19	15
[14 , 16[	15	1	20	100
		20		

12.1. Complete a tabela.

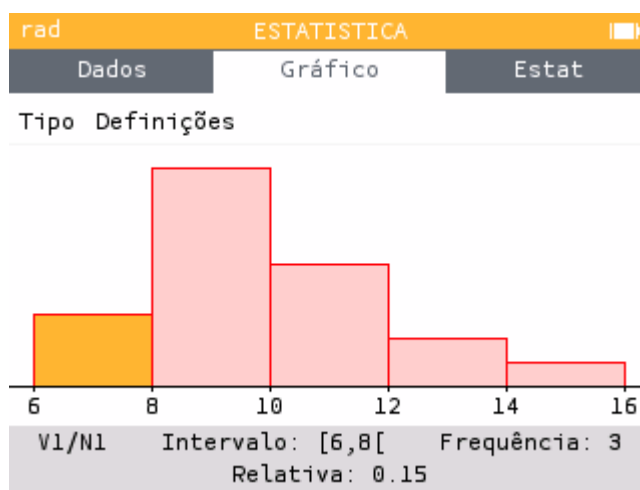
Classes	Marca de Classe	$f_a$	$F_a$	$F_r(\%)$
[6, 8[	7	3	3	15
[8, 10[	9	9	12	60
[10, 12[	11	5	17	85
[12, 14[	13	2	19	95
[14, 16[	15	1	20	100
		20		

$$\frac{19}{20} \times 100 = 95$$

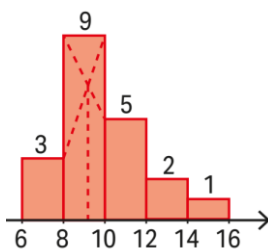
12.2. Determine o ganho médio por ação previsto para o próximo ano.

$$\bar{x} = \frac{7 \times 3 + 9 \times 9 + 11 \times 5 + 13 \times 2 + 15 \times 1}{20} = \frac{198}{20} = 9,9$$

12.3. Construa um histograma com as frequências absolutas.



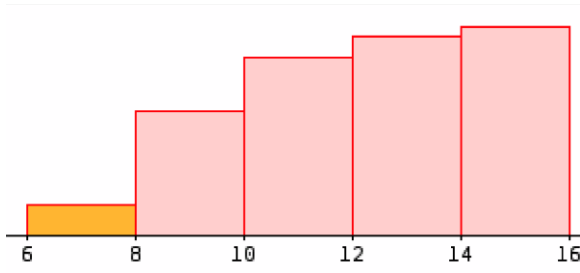
12.4. Indica classe modal e o valor aproximado da moda.



A classe modal é [8, 10[ e um valor aproximado da moda é 9,2



12.5. Construa o gráfico da função cumulativa.



12.6. A partir da função cumulativa. Indique um valor aproximado:

a) da mediana;

A mediana é igual ao percentil 50.

$$\tilde{x} = P_{50} = 8 + x$$

$$\frac{x}{2} = \frac{50-15}{45} \Leftrightarrow x = \frac{2 \times 35}{45} \Leftrightarrow x \approx 1,6$$

$$\tilde{x} = 8 + 1,6 \approx 9,6$$

b) do terceiro quartil;

$$Q_3 = P_{75} = 10 + x$$

$$\frac{x}{2} = \frac{75-60}{25} \Leftrightarrow x = \frac{2 \times 15}{25} \Leftrightarrow x = 1,2$$

$$Q_3 = 10 + 1,2 = 11,2$$

c) do percentil 20.

$$P_{20} = 8 + x$$

$$\frac{x}{2} = \frac{20-15}{45} \Leftrightarrow x = \frac{2 \times 5}{45} \Leftrightarrow x \approx 0,2$$

$$\tilde{x} = 8 + 0,2 \approx 8,2$$

13. A escola da Beatriz organiza um grande jantar de Natal. Cada turma organiza uma mesa e angaria fundos para o jantar. Os valores, em euros, angariados pelas 25 turmas da escola foram os seguintes.

100	50	75	60	120
80	120	130	150	200
110	140	120	50	60
120	130	100	200	170
110	80	100	175	150

- 13.1. Determina a atitude deste conjunto de dados.

Valores V1	Frequências N1	Valores V2
100	1	
50	1	
75	1	
60	1	
120	1	
80	1	
120	1	
130	1	

Valores V1	Frequências N1	Valores V2
50	1	
50	1	
60	1	
60	1	
75	1	
80	1	
80	1	
100	1	

	V1/N1
Dimensão n	25
Mínimo Min	50
Máximo Max	200
Amplitude R	150
Média $\bar{x}$	116
Desvio padrão $\sigma$	41.92851
Variância $\sigma^2$	1758
Primeiro quartil Q1	80

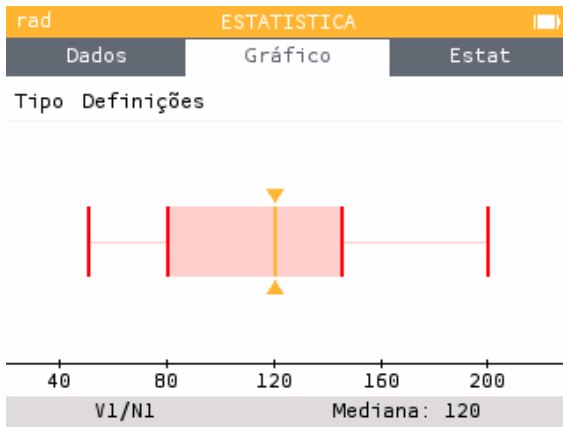
Amplitude:

$$200 - 50 = 150$$

- 13.2. Determine a amplitude interquartil.

	V1/N1
Desvio padrão $\sigma$	41.92851
Variância $\sigma^2$	1758
Primeiro quartil Q1	80
Terceiro quartil Q3	145
Mediana Me	120
Amplitude interquartil IQR	65
Somatório $\Sigma x$	2900
Soma dos quadrados $\Sigma x^2$	380950
Desvio padrão amostral s	42.79311

13.3. Construa um diagrama de extremos e quartis.

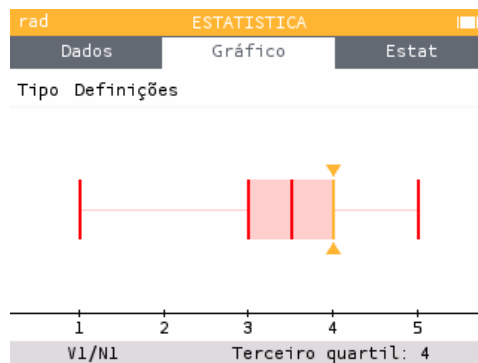
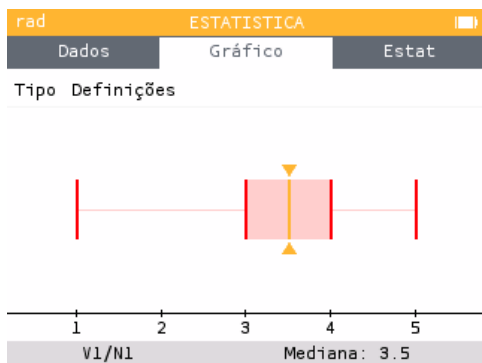
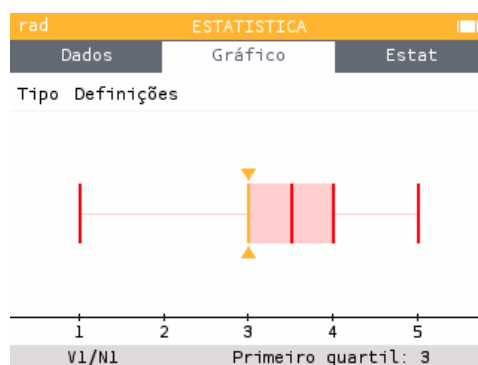


14. O professor Manuel passa, no final de cada semestre, aos seus alunos do 9.º ano, um questionário de autoavaliação.

Recolhidas as respostas, reuniu os dados na tabela.

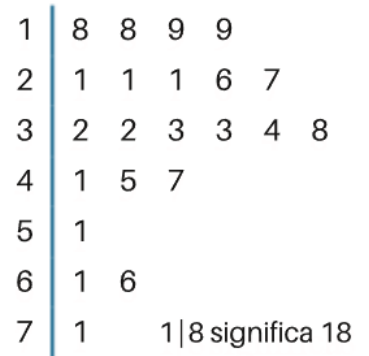
Autoavaliação dos alunos do 9.º ano	
Classificação	Frequência absoluta
1	2
2	8
3	35
4	25
5	20

Construa um diagrama de extremos e quartis relativo à autoavaliação dos alunos do 9.º ano.



15. A idade, em anos, dos funcionários de um laboratório de certificação ambiental é a que consta do diagrama de caule-e-folhas, representado na figura ao lado.

Idade dos funcionários



Fonte: Laboratório

15.1. Determine a moda e a mediana deste conjunto de dados.

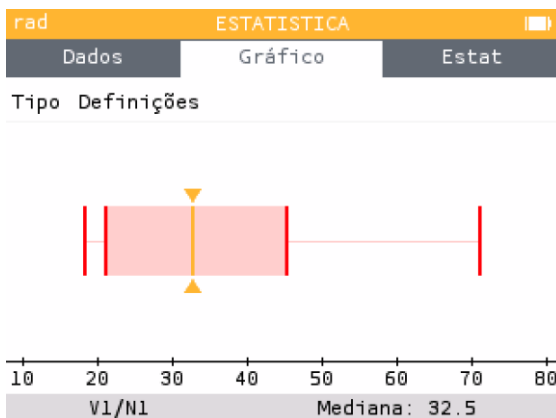
rad ESTATISTICA		
Dados	Gráfico	Estat
Valores V1	Frequências N1	Valores V2
18	1	
18	1	
19	1	
19	1	
21	1	
21	1	
21	1	
26	1	
27	1	

rad ESTATISTICA		
Dados	Gráfico	Estat
		V1/N1
Amplitude R		53
Média $\bar{x}$		35.18182
Desvio padrão $\sigma$		15.56113
Variância $\sigma^2$		242.1488
Primeiro quartil Q1		21
Terceiro quartil Q3		45
Mediana Me		32.5
Amplitude interquartil IQR		24
Somatório $\sum x$		774

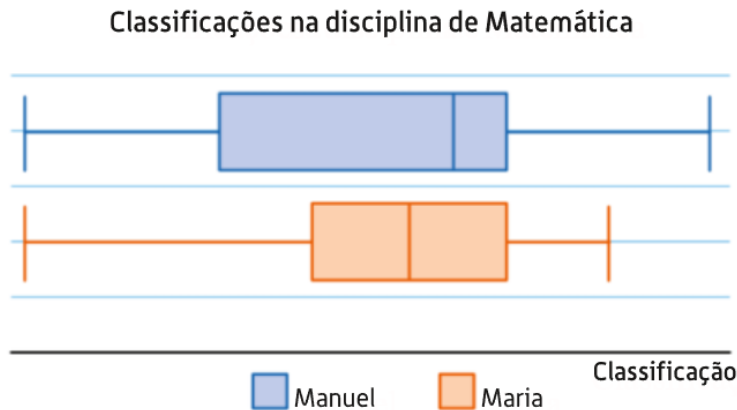
15.2. Determine o primeiro quartil e o terceiro quartil.

$Q_1 = 21$  e  $Q_3 = 45$

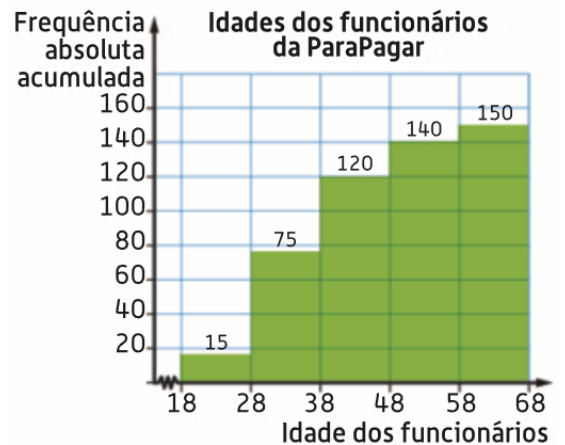
15.3. Construa um diagrama de extremos e quartis.



16. Na figura, estão representados os diagramas de extremos e quartis relativos às classificações da Maria e do Manuel na disciplina de Matemática.



- 16.1. Qual dos dois alunos tem classificação máxima mais elevada?  
 O Manuel
- 16.2. Qual dos dois alunos tem maior classificação mediana?  
 O Manuel
- 16.3. Qual dos dois alunos tem classificações com menor amplitude interquartil?  
 A Maria
17. A ParaPagar tem 150 funcionários na região de Lisboa e Vale do tejo cujas idades se apresentam no histograma de frequências absolutas acumuladas, representado na figura, organizadas nas classes  $[18, 28[$ ,  $[28, 38[$ , ...,  $[58, 68[$ .



- 17.1. Considere que, com os dados apresentados no histograma da figura, será construído um gráfico circular, em que cada setor corresponde o número de funcionários da região de Lisboa e Vale do tejo, de acordo com as suas idades. A amplitude do ângulo ao centro, em graus, correspondente ao setor circular relativo ao número de funcionários cuja idade pertence à classe  $[18, 28[$  será:

- (A)  $15^\circ$                       (B)  $18^\circ$                       (C)  $33^\circ$                       (D)  $36^\circ$

$$150 \longrightarrow 360^\circ$$

$$15 \longrightarrow x$$

$$x = \frac{15 \times 360}{150} = 36$$

**OPÇÃO: D**

17.2. Na tabela, apresentam-se, organizadas por classes, as idades dos 100 funcionários da ParaPagar da região do Algarve.

Idade	[18, 28[	[28, 38[	[38, 48[	[48, 58[	[58, 68[
N.º de funcionários	30	25	30	10	5

Apresente uma tabela de frequências relativas acumuladas para as idades dos 250 funcionários da ParaPagar, 150 da região de Lisboa e Vale do Tejo e 100 da região do Algarve.

Na resposta, mantenha as classes utilizadas.

Classes	$f_a$	$F_a$	$f_r$
[18 , 28[	$30+15=45$	45	$\frac{45}{250}=0,18$
[28 , 38[	$25+20=45$	140	$\frac{140}{250}=0,56$
[38 , 48[	$30+45=75$	205	$\frac{205}{250}=0,82$
[48 , 58[	$10+20=30$	235	$\frac{235}{250}=0,94$
[58 , 68[	$5+10=15$	250	$\frac{250}{250}=1$
	250		